Exercices-types

Les exercices ci-après sont des exercices-typiques qui peuvent vous être posés à l'examen.

Exercice - 1

- Créez un script qui :
- Lise les données du fichier Exo1.txt présent sur le bureau de votre machine. Le nom du fichier devra être saisi par l'utilisateur.
- Détermine le nombre de colonnes dans le fichier.
- Puis, en considérant que la première colonne contient les abscisses de toutes les courbes, trace les courbes dans une seule figure

Exercice - 2

- Écrivez un script qui, en utilisant la commande polyval, calcule le gain naturel puis trace le diagramme de Bode de la fonction de transfert H(p).
  La gamme de fréquence sera échantillonnée entre 10^{-3} à 10^{3} Hz sur 121 points. On donne :
$$H(p) = \frac{1+p}{p^2+2p+1}$$
- On précise que le diagramme sera tracé dans une figure pouvant comporter deux graphes l'un sous l'autre (gain en haut, phase en bas).
  Tracez, dans le premier, en fonction de la pulsation, le gain en décibels et dans le second graphe l'évolution de la phase en degrés.

Exercice - 3

- Générez un vecteur t régulièrement espacé sur 70 points avec un pas h=2*π/63.
- Calculez un signal temporel s = √2*sin(t). Tracez s.
- Tracez le spectre de S la représentation fréquentielle de s en utilisant la fonction fft. Que constatez-vous ?
- En utilisant la fonction fft, tronquez dans une boucle le signal s de k points avant le calcul de S. Tracez alors le spectre de S en indiquant en légende le nombre de points de s transformés. A chaque itération, il sera demandé à l'utilisateur s'il veut continuer ou non.
- A quelle valeur de k le spectre devient-il clair (sans raies parasites) ? Concluez.
- Sachant que l'énergie d'une période du signal est égale à 1, mettez en œuvre un algorithme utilisant la méthode de dichotomie qui cherche le nombre de points tel que l'énergie du signal tronqué de p points soit égale à 1 à ±1e-2 près.

➡ *On prendra le pas de dichotomie initial égal à 16 et le nombre de points transformés N de départ égal à 52. L'algorithme est le suivant : si l'énergie de ces N points est supérieure à 1 alors on augmente N de pas, sinon on le diminuera.*
A chaque itération le pas est divisé par deux.

- Tracez pour ce nombre de points le signal et son spectre.

Exercice - 4

- Dans un script, générez un signal carré **x** d'amplitude +/- 10 comportant 128 points avec un rapport cyclique de 0,5.
- Tracez le spectre de **x**.
- Isolez dans un vecteur **R** l'harmonique fondamental de **X**. Calculez **r** la transformée inverse de **R**, tracez-le.

- Isolez dans un vecteur **R** les **k** premiers harmoniques de **X**. Calculez la transformée inverse de **R**. Tracez le signal temporel obtenu.
- **k** sera saisi au clavier par l'utilisateur du programme.
- Enfin à l'aide d'une boucle while, faite varier le nombre **k** d'harmoniques entre 5 et 25. A chaque itération vous tracerez le signal temporel obtenu. Entre chaque itération vous insérerez une pause d'1 seconde.

Exercice - 5

- Échantillonnez un signal **s** composé de deux signaux sinusoïdaux de fréquences 50 et 625 Hz pendant 100ms à la fréquence de 5 kHz,
- Tracez le signal **s**.
- Tracez le spectre **S** en précisant en abscisse la fréquence des harmoniques.
- Générez un signal **h** correspondant à une fenêtre de Hanning : 0,5 * (1 - cos(2*π***t/Ta**)),
- Calculez le signal **sh** = **s***h**. Tracez le spectre **SH** de ce nouveau signal. Comparez avec le spectre **S**, N'affichez que les fréquences entre 0 et 700 Hz.
- Recommencez les points 4 et 5 avec la fenêtre de Blackman-Harris :
  0,4 - 0,5*cos(2*π***t/Ta**) + 0,08* cos(4*π***t/Ta**).
- Reprenez les points 1 à 5 avec les fréquences 50 et 627, puis 50 et 622 Hz, n'affichez que les fréquences entre 0 et 700Hz.

Exercice - 6

- Ecrivez une fonction qui calcule la valeur prise par un polynôme quelconque P(x) sur tous les points du vecteur X transmis en paramètre. La fonction utilisera l'en tête : function [val] = horner(P, X).
- Calculez $P(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ sur l'intervalle [-3 ; 3] sur 50 points équi-répartis. Les calculs seront menés à l'aide de la fonction horner.
  Tracez *P*(x) sur cet intervalle.
- Calculez en utilisant la méthode des trapèzes l'intégrale I définie par : $I = \int_{-3}^{3} P(x)dx$. Le résultat sera affiché avec 10 décimales.

  On rappelle :

$b_0 = a_0$, puis $b_i = a_i + X(k)*b_{i-1}$; et l'on a : P(X(k)) = b_n	$I = \int_{x_1}^{x_n} f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(f(x_1) + f(x_n) + 2\sum_{k=2}^{n} f(x_k)\right)$

Exercice - 7

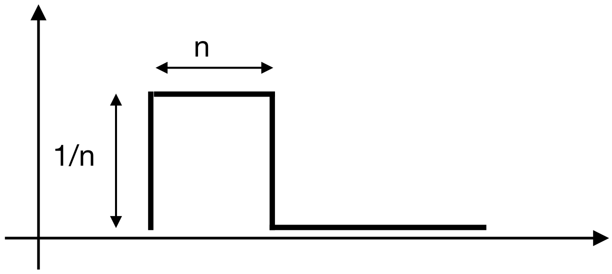
- Ecrivez une fonction qui calcule les coefficients bi de la méthode d'Horner au point x pour le polynôme a : [b] = horner(a , x)
- Calculez à l'aide de la fonction horner les valeurs que prend le polynôme :
  $$P(x) = 10x^3 - 28x^2 + 16{,}5x + 2{,}1$$
  dans l'intervalle [0,2] régulièrement échantillonné sur 83 points.
- À l'aide de la fonction horner, calculez les valeurs que prend Pp(x) la dérivée de P(x) aux points précédemment calculés.
- En utilisant la méthode des trapèzes, calculez en chaque point la valeur de la fonction intégrale définie par : $F(t) = \int_0^t Pp(x)dx$
- Tracez sur un même graphe P(x), Pp(x) et F(x).
- Proposez une explication de l'écart observé entre P et F.

On rappelle :

$b_0 = a_0$, puis $b_i = a_i + X(k)*b_{i-1}$; et l'on a : $P(X(k)) = b_n$ Les b_i servent de base au calcul des c_i et $P'(X(n)) = c_{n-1}$	$I = \int_{x_1}^{x_n} f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(f(x_1) + f(x_n) + 2\sum_{k=2}^{n} f(x_k)\right)$

Exercice - 8

- Écrivez une fonction qui calcule l'énergie d'un signal et la valeur de sa composante continue en utilisant l'égalité de Parseval et la transformée de Fourier incluse dans Octave.
  Cette fonction aura comme interface : [E cc] = energ(s)
- Générez trois signaux ayant la forme ci-dessous avec n prenant les valeurs 10, 5 et 2. Dans tous les cas, le nombre total de points du signal est de 100. La valeur du signal à t=0 est 1/n, la valeur minimale est nulle.
  Il n'est pas demandé de faire une fonction qui génère le signal.



- Calculez et affichez pour chaque signal son énergie à l'aide de la fonction energ. Affichez le résultat avec 6 décimales.
- Calculez la surface sous la courbe avec la méthode des trapèzes. Le pas sera pris égal à 1.
- En utilisant le théorème de la valeur intermédiaire qui précise que $\int_{x_1} x_n f(x)dx = \overline{f(x)} * (x_n - x_1)$où $\overline{f(x)}$ est la valeur moyenne de la fonction sur l'intervalle .
- Comparez et commentez les résultats trouvés en 4 et 5.

Exercice - 9

- Échantillonnez le signal s[t] = cos(7.10³*2*π*t)*(1+0,7*sin(1300*2*π*t)) sur une durée de 5ms avec une fréquence d'échantillonnage de 22kHz.
- Affichez la résolution fréquentielle du spectre et la fréquence maximale qu'il peut contenir.
- Tracez le signal obtenu en fonction du temps dans une première fenêtre.
- Tracez le spectre de S[f] en utilisant la transformée incluse dans Matlab/Octave en fonction de la fréquence dans une deuxième fenêtre.
- Appliquez au signal s[t] la fenêtre de Blackman-Harris et tracez le spectre du signal fenêtré en fonction de la fréquence dans une troisième fenêtre.
- Expliquez la forme des deux spectres (fenêtré et non fenêtré, ainsi que la forme des massifs du spectre fenêtré).

➡ *On donne : Blackman-Harris : 0,42 - 0,49*cos(2*π*t/Ta) + 0,08* cos(4*π*t/Ta)*

Exercice - 10

- On se propose de filtrer un signal bruité à l'aide de la transformée de Fourier.
- Lisez le contenu fichier E10.txt. Il s'agit d'un fichier texte de 2 colonnes, la première contient t un vecteur temps à pas constant, la deuxième un signal s.

➡ *Indication : Le signal a été échantillonné de telle sorte qu'un signal échantillonné à 1kHz durant 1 seconde contienne 1000 points et non 1001.*

- Tracez le signal s[t] en fonction du temps dans une première figure.
- Calculez et affichez la fréquence d'échantillonnage Fe et déterminez la durée Ta du signal.

- Tracez le spectre de S[f] dans une seconde figure en fonction de la fréquence.
- Afin d'ajuster la résolution fréquentielle du spectre, on se propose de diminuer la durée du signal s[t] par pas de 1ms.

Pour ce faire, dans une boucle conditionnelle :

- Diminuez la durée du vecteur temps t d'1 ms.
- Tronquez le signal s[t] pour qu'il ait la même durée que le vecteur temps t.
- Tracez le spectre de S[f] en fonction de la fréquence dans une figure 3.
- Demandez à l'utilisateur si le spectre est bruité ou non. Si le signal est bruité, le programme reprendra au premier point.

- Relevez alors sur le spectre non bruité, les fréquences des signaux contenus dans s[t].
Supprimez, du signal S[f], les fréquences supérieures au 6ème harmonique.
- Tracez alors le signal temporel obtenu dans une figure 4.

➡ *Indication : On pourra s'aider du spectre tracé en fonction du numéro du point et non de la fréquence.*

Exercice - 11

- Échantillonnez une période d'un signal carré y[t] de fréquence 10Hz et de rapport cyclique de 0,5 (Vmin=-1, Vmax=1). La fréquence d'acquisition sera 1kHz.
- Ouvrez une fenêtre graphique pouvant contenir 4 graphes. Tracez y[t] en fonction du temps sur un premier graphe. On imposera au tracé une valeur minimale (resp. maximale) des ordonnées égale à -1,1 (1,1).
- Tracez le spectre de Y[f] en fonction de la fréquence sur un deuxième graphe. On imposera au tracé une valeur minimale (resp. maximale) des abscisses égale à -100Hz (1100 Hz).
- En utilisant l'égalité de Parseval, calculez l'énergie contenue dans le signal y[t] et dans le signal Y[f].
- À partir du vecteur Y[f], générez un vecteur Z[f] ne contenant que les 5 premiers harmoniques de y[t].

➡ *Vous utiliserez obligatoirement l'opérateur de sélection pour ce faire.*

- Tracez le signal Z[f] en fonction de la fréquence dans le troisième graphe de la figure. On imposera au tracé une valeur minimale (resp. maximale) des abscisses égale à -100Hz (1100 Hz).
- Calculez la transformée inverse z[t] de Z[f] puis, tracez ce signal z[t] dans le quatrième graphe.

Exercice - 12

- L'expression mathématique d'un signal modulé en amplitude est :

$$s(t) = \cos(\omega_{porteuse} * t) * (1 + \tau * \sin(\omega_{signal} * t))$$

- Ecrivez une fonction [s, t] = Signal(Ta, N, tau, fp, fs) qui échantillonne s, un signal de fréquence fs Hz modulé en amplitude avec un taux de modulation tau sur une porteuse de fréquence fp kHz.
Les paramètres de la fonction sont Ta, la durée de l'échantillon en ms, et N, le nombre d'échantillons. s est le signal et t le vecteur temps.
- Calculez S[f] la transformée de Fourier du signal s[t]=Signal(10, 500, 0.6, 10, 200) à l'aide de la transformée de Fourier d'Octave.
- Tracez dans une même figure et sur deux graphes s[t] en fonction du temps et le spectre de S[f] en fonction de la fréquence.
- Supprimez la porteuse du signal S[f] en imposant les raies concernées du spectre à zéro.
Vérifiez en traçant le spectre expurgé dans une nouvelle figure.
- Calculez la transformée inverse si[t] du nouveau signal S[f], puis tracez-le en fonction du numéro de point dans une troisième figure.

Exercice - 13

- Ecrivez une fonction ayant l'interface suivante : [t, s] = carre(Fe, Ta, al) où Fe est la fréquence d'échantillonnage, Ta la durée du signal et al le rapport cyclique.

En sortie t contient le temps échantillonné et s[t] le signal carré en ces instants.
On imposera Vmin = -Vmax = -1.

- À l'aide de la fonction carre, générez un signal carré s[t] de rapport cyclique 0,5.
La fréquence d'échantillonnage sera de 100 kHz, la durée d'1ms.
- Ouvrez une figure graphique pouvant contenir 4 graphes.
Tracez s[t] en fonction du temps sur un premier graphe.
- Tracez le spectre de S[f] en utilisant la transformée de Fourier de Matlab/Octave en fonction de la fréquence sur le deuxième graphe de la figure.
- Affichez la résolution fréquentielle du spectre tracé.
- En utilisant l'égalité de Parseval, calculez et affichez l'énergie contenue dans le signal s[t] et dans le signal S[f].
- À partir de S[f], déterminez un vecteur Z[f] ne contenant que les 5 premiers harmoniques. Vous utiliserez obligatoirement un masque pour ce faire.

➡ *Indication : Vous pouvez tracer le signal Z en fonction du nombre de points dans une nouvelle figure pour vous aider.*

- Tracez le spectre de Z[f] en fonction de la fréquence sur le troisième graphe de la figure.
- Tracez la transformée inverse zi[t] en utilisant la fonction incluse dans Matlab/Octave sur le quatrième graphe de la figure en fonction du temps.
- Etablissez la relation de récurrence pour un filtre RII passe bas du premier ordre ayant une constante de temps τ = 4 ms et un gain statique de 0 dB.
- Filtrez un signal carré x[t] de rapport cyclique 0,6 d'une durée de 2 ms échantillonné à la fréquence de 50 kHz.
Superposez dans une nouvelle figure le signal x[t] et le signal filtré avec différentes couleurs.

Exercice - 14

- Générez un signal e[t] sinusoïdal de fréquence 140Hz échantillonné à 10kHz durant 3 périodes.
- Tracez le signal e[t] en fonction du temps dans une figure 1.
- Calculez le signal s[t] obtenu en filtrant le signal e[t] avec un filtre passe bas fondamental du premier ordre avant une constante de temps $\tau = 10^{-3}$
Superposez s[t] à e[t] dans la figure 1.
- Tracez le spectre du signal d'entrée E[f] et du signal de sortie S[f] à l'aide de la transformée de Matlab/Octave en fonction du numéro d'harmonique dans une figure 2 comportant deux graphes.
- Compte tenu du fait qu'il y a 3 périodes de signal, affichez le numéro de la raie contenant l'harmonique fondamental.
- Calculez et affichez le gain en dB du rapport des harmoniques contenant le fondamental du signal S[f] par le signal E[f].
- Avec une boucle appliquez l'algorithme suivant :

➡ *(la variable PAS sera initialisée à 32 et F à 140)*

a) Générez un signal e[t] de fréquence F (Fe = 100kHz et 5 périodes).

b) Calculez s le signal obtenu en sortie d'un filtre passe bas du 1er ordre ayant une constante de temps égale à 0,0010610.

➡ *On prendra soin d'effacer s avant le calcul.*

c) Calculez le nombre de points d'une période.

d) Calculez M la valeur maximale prise par le signal s sur sa cinquième période .

e) Appliquez l'algorithme suivant :

Si M>0.707, on augmente la fréquence F du signal de PAS sinon on la diminue de PAS.

f) Divisez PAS par 2.

Recommencez depuis le point a) TANT QUE PAS est supérieur à 1.

- Affichez la fréquence trouvée par l'algorithme.

Exercice - 15

- À l'aide de l'instruction “load E15” chargez en mémoire les variables t, e1 et e2.
- Calculez et affichez l'énergie Ete1 contenue dans le signal e1 à l'aide de l'identité de Parseval.
- Déterminez la relation de récurrence d'un filtre RII passe bas du premier ordre correspondant à une fonction de transfert : $H(p) = \dfrac{1}{1 + \tau p}$
- À l'aide d'un filtre passe bas, filtrez numériquement e1[t]. On prendra $\tau = 51.10^{-6}$ et un gain statique de 4 (12dB). Le signal filtré s'appellera s1[t].
- Calculez l'énergie Ets1 contenue dans le signal filtré s1[t] à l'aide de l'égalité de Parseval :
- Calculez le rapport des énergies Ets1/Ete1.
- Exprimez ce rapport en décibel (il s'agit, ici, de puissances), quelle est la valeur ce rapport en retirant l'offset induit par le gain statique du filtre
- La constante de temps du circuit étant connue, déterminez la fréquence du signal d'entrée e1.
- Calculez s2[t] en filtrant avec ce même filtre le signal e2[t].
- Superposez e2[t] et s2[t] sur un même graphique en fonction du temps.
- Le résultat obtenu est-il conforme à ce que vous pensiez obtenir ? Expliquez brièvement pourquoi.