

Durée 1h00

Aucun document autorisé.

Calculatrices, téléphones, interdits

Tout calcul non détaillé ne sera pas pris en considération.

Exercice 1 :

Soit le nuage de points :

x	-1	0	1	2	3
y	2	0	0	2	6

On souhaite remplacer ce nuage de point par une fonction polynomiale $P(x)$ du second degré passant au plus près des points.

1. Calculez (*et donnez les détail des calculs*) les éléments du système d'équations linéaires permettant de déterminer les coefficients de $P(x)$.
2. Formulez ce système sous la forme $Mx=b$ où M est la matrice système et b le vecteur second membre.
3. Calculez une décomposition de M sous forme de deux matrices L et R telles que $L \cdot R = M$.

Remarque : L et R doivent être conformes à la notation vue en TD pour la méthode du produit en croix.

4. Calculez alors les coefficients du polynôme $P(x)$, donnez $P(x)$.
5. Calculez à l'aide de la méthode de Gauss le déterminant de la matrice L .
6. Donnez alors le déterminant de la matrice M sans calcul supplémentaire mais en justifiant votre réponse.

Exercice 2 :

Soit une matrice $A : \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ et les trois vecteurs $V1 : \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $V2 : \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $V3 : \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

1. Calculez $A \cdot V1$, $A \cdot V2$ et $A \cdot V3$
2. A l'aide des résultats trouvés question 1, donnez les trois valeurs propres de la matrice A puis donnez le polynôme caractéristique de la matrice A .
3. Sans calcul supplémentaire, donnez la valeur de $\det(A)$.
4. Proposez une interprétation géométrique de l'endomorphisme représenté par la matrice A . Justifiez votre réponse.