

14 Novembre 2018

**Transmission du signal. Propagation libre et guidée**  
(sans documents ni calculatrice)

**Question de cours (7 points)**

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé R(Oxyz), on considère une onde plane progressive sinusoïdale de pulsation  $\omega$  qui se propage dans un **diélectrique parfait** illimité, d'indice de réfraction  $n$ . On note les champs électrique  $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$  et magnétique  $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$  et on donne le vecteur d'onde  $\vec{k}(0, 0, k)$  où  $k$  est réel positif.

1.  $E_z = B_z = 0$ . Justifier.
2. Montrer que :  $E_x B_x = -E_y B_y$ .
3. Représenter sur une figure les trois vecteurs  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{k}$ .
4. Démontrer que la puissance électromagnétique est transportée le long de Oz dans le sens des z croissants.
5. A l'aide de l'une des équations de Maxwell, exprimer le rapport  $\frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{B}\|}$  en fonction de  $C$  (célérité de la lumière) et  $n$ .

**Exercice : Propagation dans l'eau de mer (13 points)**

L'espace étant rapporté à un repère R(Oxyz), on envisage d'étudier la propagation d'ondes électromagnétiques planes sinusoïdales de pulsation  $\omega$  dans l'eau de mer qui se comporte comme un mauvais conducteur dont les caractéristiques sont les suivantes :

- permittivité diélectrique  $\varepsilon = 80\varepsilon_0$  avec  $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  SI
- perméabilité magnétique  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  SI
- conductivité électrique  $\gamma = 4 \text{ S.m}^{-1}$ .

1. Ecrire, en notation complexe, les équations de Maxwell pour ce milieu non chargé.
2. A quelle fréquence les courants de conduction et de déplacement auront-ils la même valeur en module ?
3. Etablir l'équation de propagation du champ magnétique  $\vec{H}$  dans ce milieu (on rappelle que :  $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{H}) - \Delta\vec{H}$ ).
4. Le champ magnétique  $\vec{H}$  de cette onde est dirigé suivant l'axe Oy et a pour amplitude  $H_0$ . L'onde se propage suivant l'axe Ox. Donner l'expression complexe du champ  $\vec{H}$ .
5. a) En explicitant l'équation de propagation du champ magnétique  $\vec{H}$  établie dans la question 3, donner l'expression du vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Conclure.  
b) Rappeler la relation liant  $\varepsilon$ ,  $\omega$  et  $\gamma$  dans le cas d'un mauvais conducteur.

- c) Montrer alors que le vecteur d'onde se met sous la forme :  $\vec{k} = a - jb$ . On exprimera a et b en fonction de  $\omega$ ,  $\gamma$ ,  $\mu_0$  et  $\varepsilon$ . (Rappel :  $(1+x)^n \approx 1+nx$  si  $x \ll 1$ ).
6. Montrer que l'onde est atténuée au fur et à mesure qu'elle se propage.
7. En considérant que  $\frac{\gamma}{\varepsilon\omega} \ll 1$ , calculer le champ électrique  $\vec{E}$ .