UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

L3 SDI, mention EEA Fondamental

transmission du signal

- Propagation sur les lignes -

Cours J.G. Tartarin

1

UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

transmission du signal : espace libre et guidé !

Maîtrise des **concepts basiques** vers une **analyse experte :**

-propagation espace libre (observation, telecom, radar, …)

-propagation espace guidé : lignes, guides et cavités →systèmes "hardware" et petites ondes (i.e. fréquences élevées)

Du constat aux modèles !!

Des modèles aux circuits et systèmes

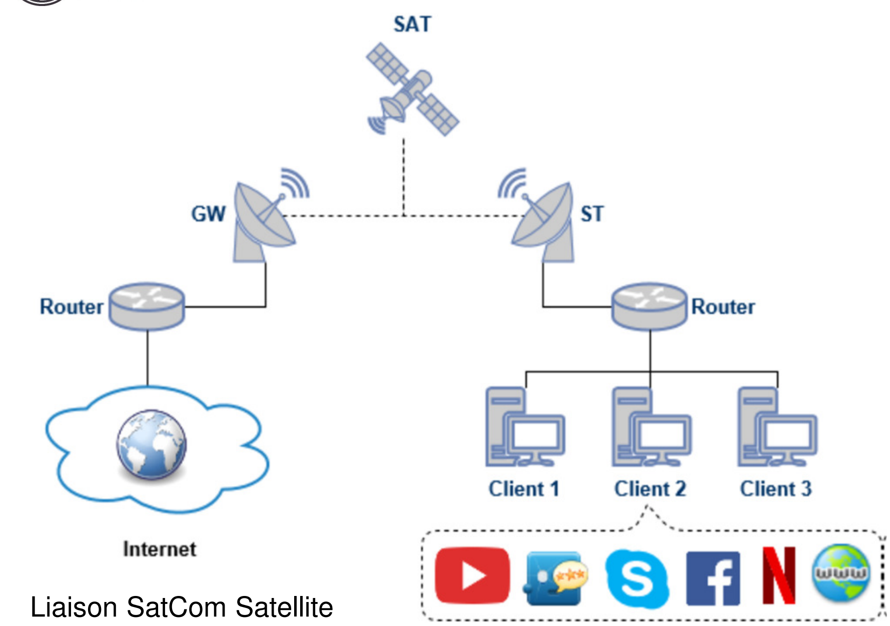
Pr. J.G. Tartarin , 2019

2

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

transmission du signal : espace libre et guidé !



Liaison SatCom Satellite
(ici géostationnaire à 36.000 km)

Maîtrise des **concepts basiques** vers une **analyse experte :**

-<u>propagation espace libre</u> (observation, telecom, radar, …)

-<u>propagation espace guidé :</u> lignes, guides et cavités →systèmes "hardware" et petites ondes (i.e. fréquences élevées)

Du constat aux modèles !!

Des modèles aux circuits et systèmes

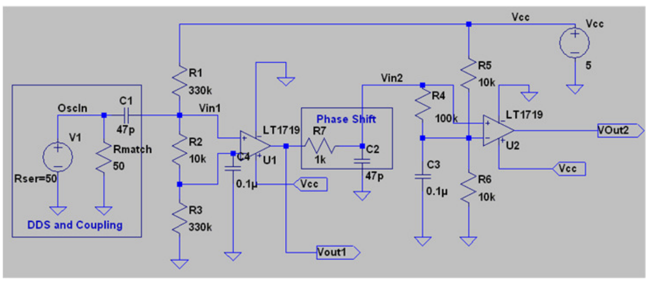
Pr. J.G. Tartarin , 2019

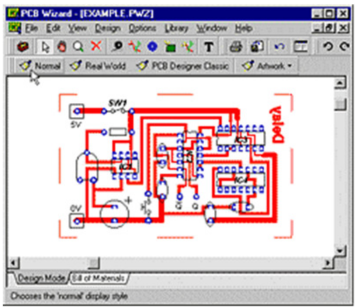
3

transmission du signal – <u>sur une LIGNE de transmission!</u>

Pourquoi des cours sur de la transmission ?

Parce que nous sommes dans l'ère du haut débit, donc des hautes fréquences, donc…





<u>…l'approche 'Spice' n'est plus valable dans la majorité des cas…</u>

<u>Nous devons considérer la ligne dans la conception</u>

inutile de fermer les yeux en pensant que ça peut marcher sans passer par ces considérations !

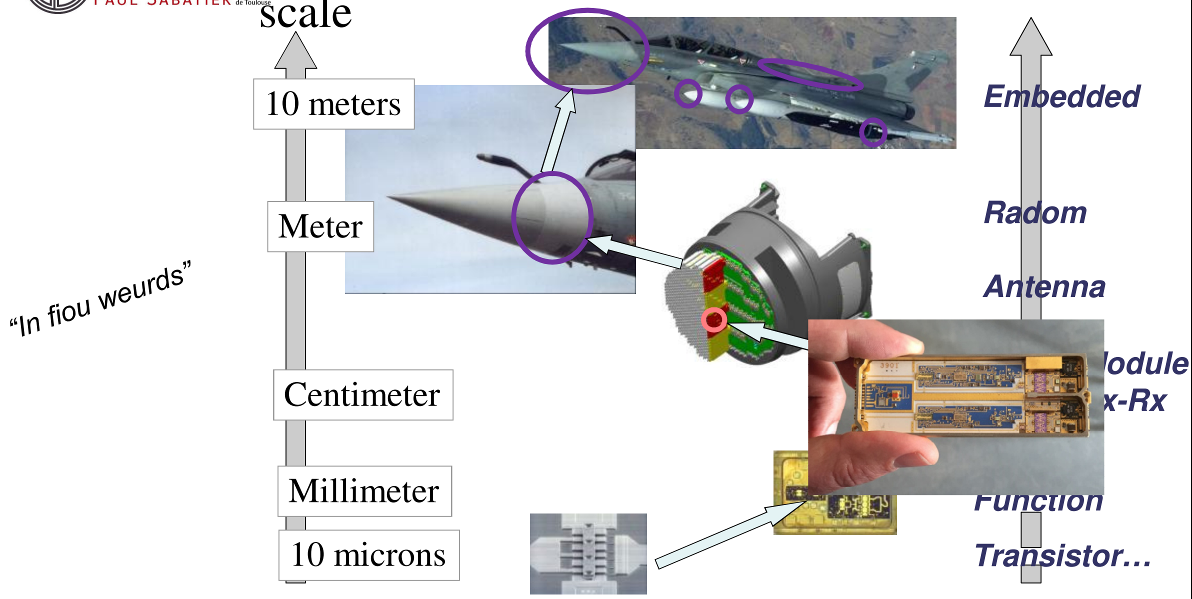
Pr. J.G. Tartarin , 2019

4

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

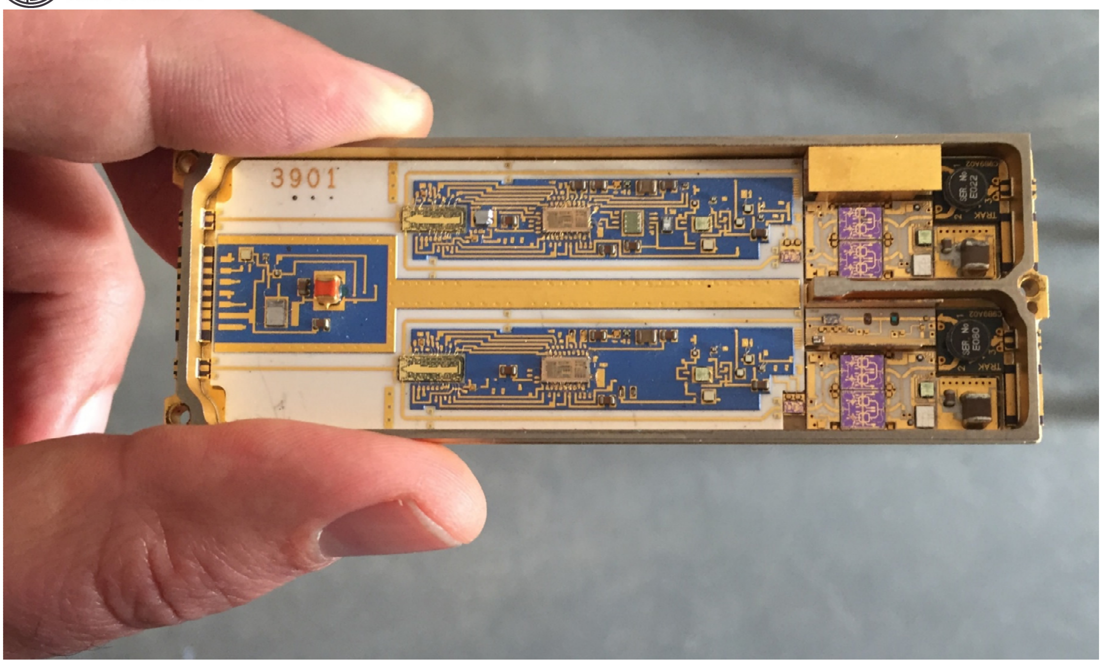
transmission du signal



Challenge : a multi-scale modelling problem

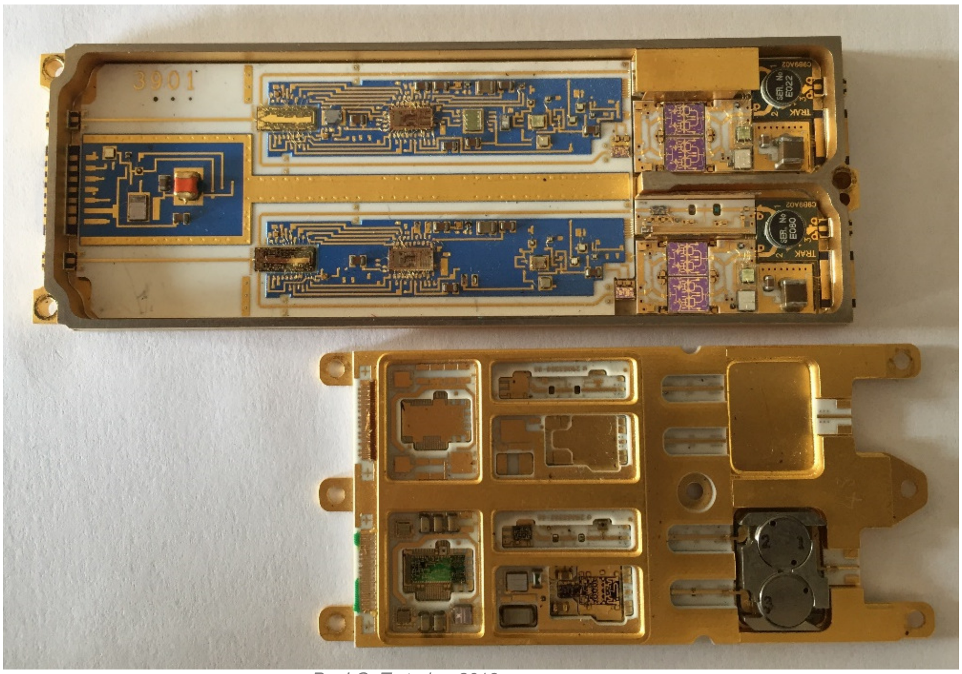
UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

transmission du signal



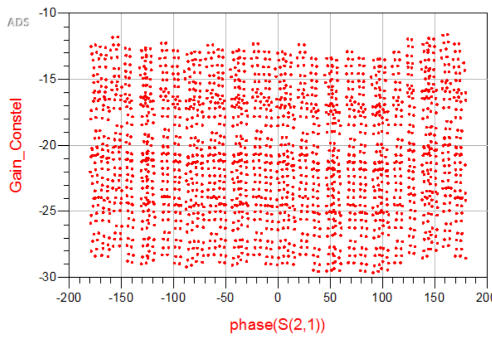
Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

transmission du signal



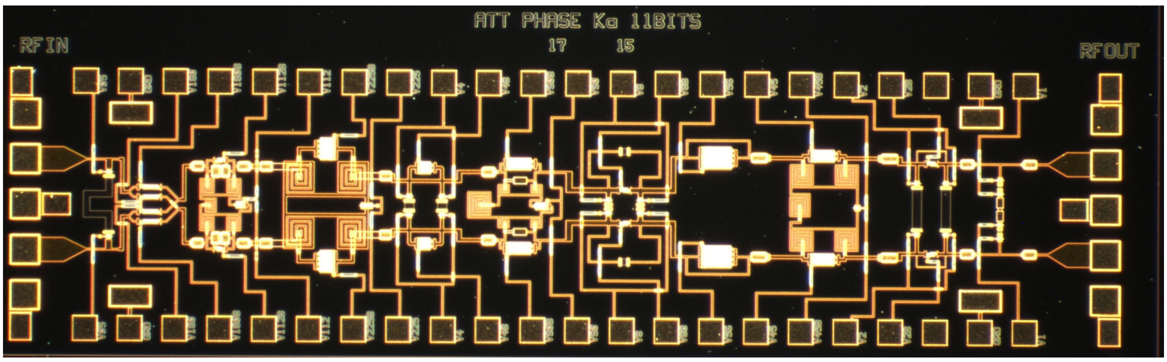
transmission du signal

La ligne microruban en situation de conception de circuits !



Multi-function chip 30-40 GHz, premier circuit de contrôle de phase/amplitude réalisé en GaN technology (OMMIC),

Berthelot Tartarin 2019



Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Introduction

Comment cela se manifeste-t-il ?

C'est tout simple.

L'information lors d'un orage…

Capetown (table montain), South Africa, 2016

2 informations (à distance – *télé* !)

-lumineuse Vitesse de propagation environ 300 000 km/s

-sonore Vitesse de propagation environ 330 m/s dans l'air 'pur' et à 0°C (propa du son dans l'eau 1500m/s !)

Nous avons donc l'information lumineuse en instantané, pas l'information sonore (on peut donc calculer la distance de l'impact si nous pouvons isoler l'éclair étudié)

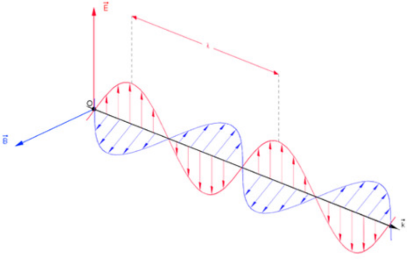
Donc la propagation dépend du milieu dans lequel une onde se propage.
Le transfert de cette information n'est pas obligatoirement instantané

Pr. J.G. Tartarin , 2019 9

LES ONDES

Milieu physique solide, gaz ou espace

Source immobile



$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho \quad (1)$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4)$$

Propagation en espace libre ou guidée

Notion de terminaison. Que se passe-t-il sur l'obstacle ?
Nouvelle onde et nouvel effet de propagation (contraire)

Pas d'inquiétude nous n'irons pas si loin dans le formalisme EM… trop complexe à gérer pour des cas « simples ».

(pour cela il y a des simulateurs 2D et 3D, mais juste pour du 'passif' !)

Donc, sur une ligne, nous aurons deux propagations simultanées :

une propagative et l'autre contrapropagative

Pr. J.G. Tartarin , 2019 10

Université de Toulouse

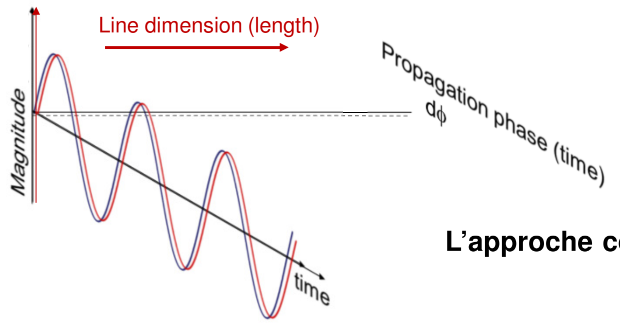
UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Propagation d'un signal sinusoïdal

Conséquences sur la propagation d'un signal sur une ligne de transmission (dont le rôle est uniquement de 'transmettre' ce signal, normalement sans en altérer l'information)

Ligne **très** courte ?!?



L'approche conventionnelle électrique reste valide !

Nota : les grandeurs de temps et de distance sont arbitraires (et relatives l'une à l'autre)

Vitesse (grandeur fixée par le milieu) = distance / temps

Pr. J.G. Tartarin , 2019

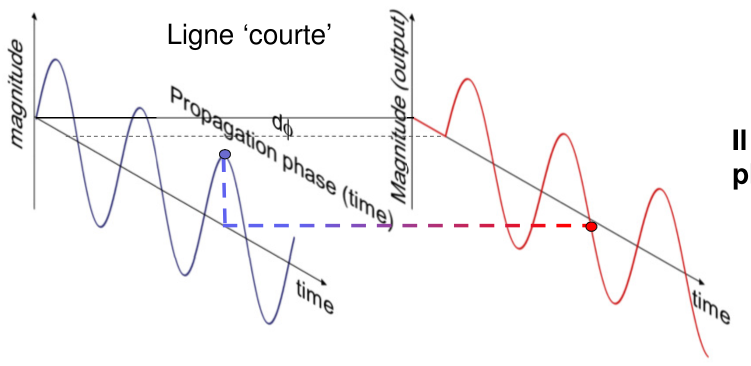
11

UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Propagation d'un signal sinusoïdal

Conséquences sur la propagation d'un signal sur une ligne de transmission (dont le rôle est uniquement de 'transmettre' ce signal, normalement sans en altérer l'information)



Il faut considérer le phénomène de propagation !

Nota : les grandeurs de temps et de distance sont arbitraires (et relatives l'une à l'autre)

Vitesse (grandeur fixée par le milieu) = distance / temps

Pr. J.G. Tartarin , 2019

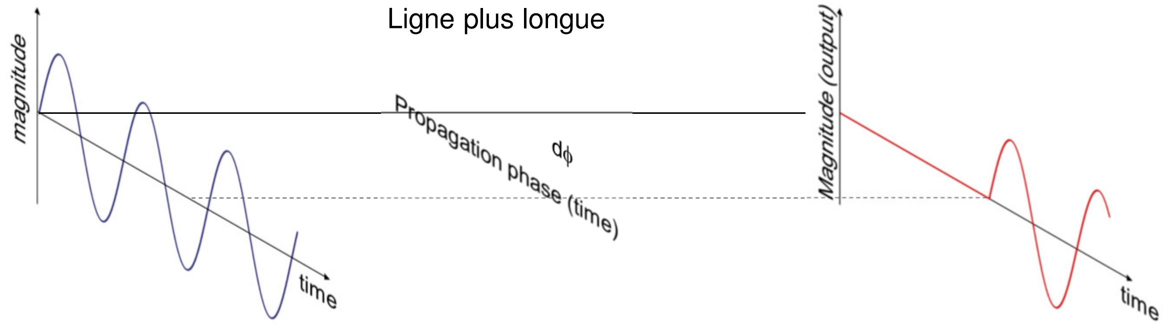
12

UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Propagation d'un signal sinusoïdal

Conséquences sur la propagation d'un signal sur une ligne de transmission (dont le rôle est uniquement de 'transmettre' ce signal, normalement sans en altérer l'information)



Conséquences de la propagation d'un signal sur une ligne de transmission : **bosser ce cours !**

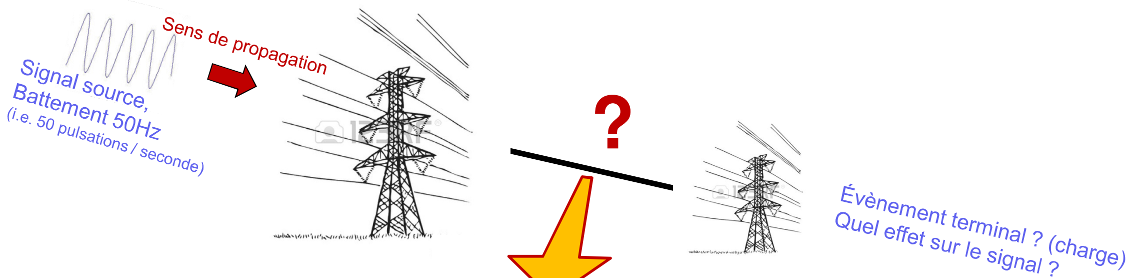
PHÉNOMÈNES D'ONDE CONTRAPROPAGATIVE QUI VIENNENT COMPLIQUER L'AFFAIRE

Pr. J.G. Tartarin , 2019

13

UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

La propagation, les ondes: une notion très intuitive… au début !



Incidence de la longueur de ligne ?
(application des lois 'conventionnelles' électrique?)

Incidence de sa conception ?
(intégrité du signal ?)

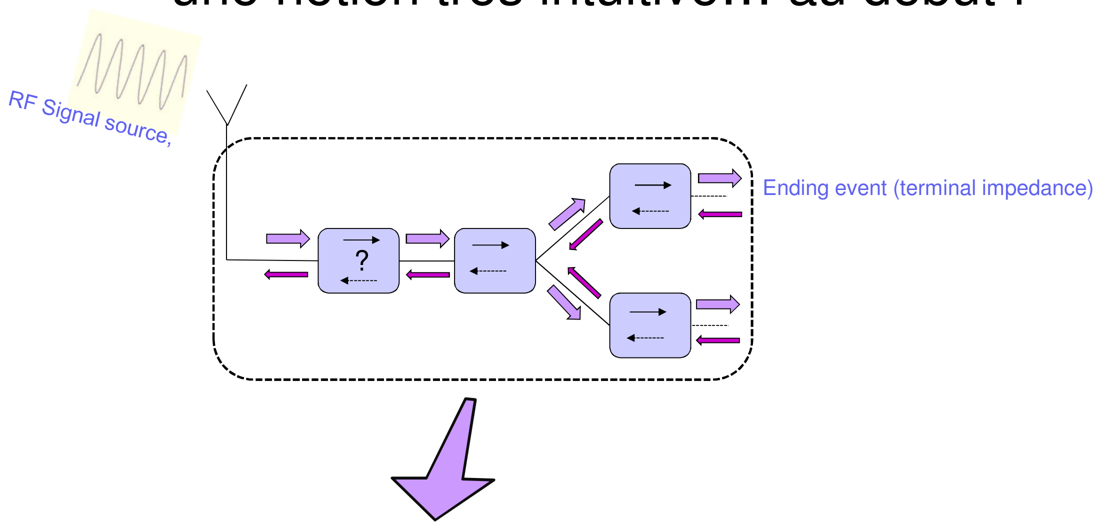
Propagation sur les lignes, modes TEM, adaptation (désadaptation) des charges, …

Pr. J.G. Tartarin , 2019

18

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

La propagation, les ondes: une notion très intuitive… au début !

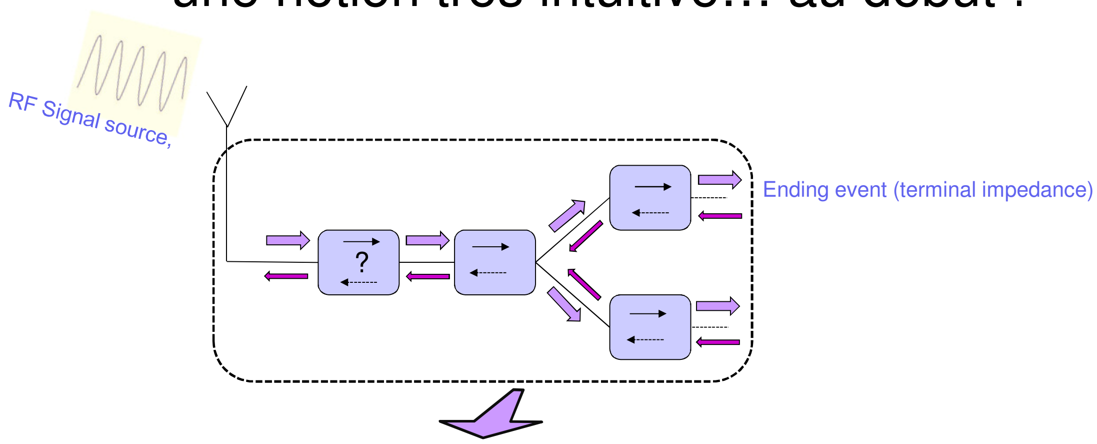


Need to control the perf. of 'boxes' by mastering the energy flow
(usually in a unique direction, **THAT OF THE SIGNAL TRANSFER** !)

Pr. J.G. Tartarin , 2019

19

La propagation, les ondes: une notion très intuitive… au début !



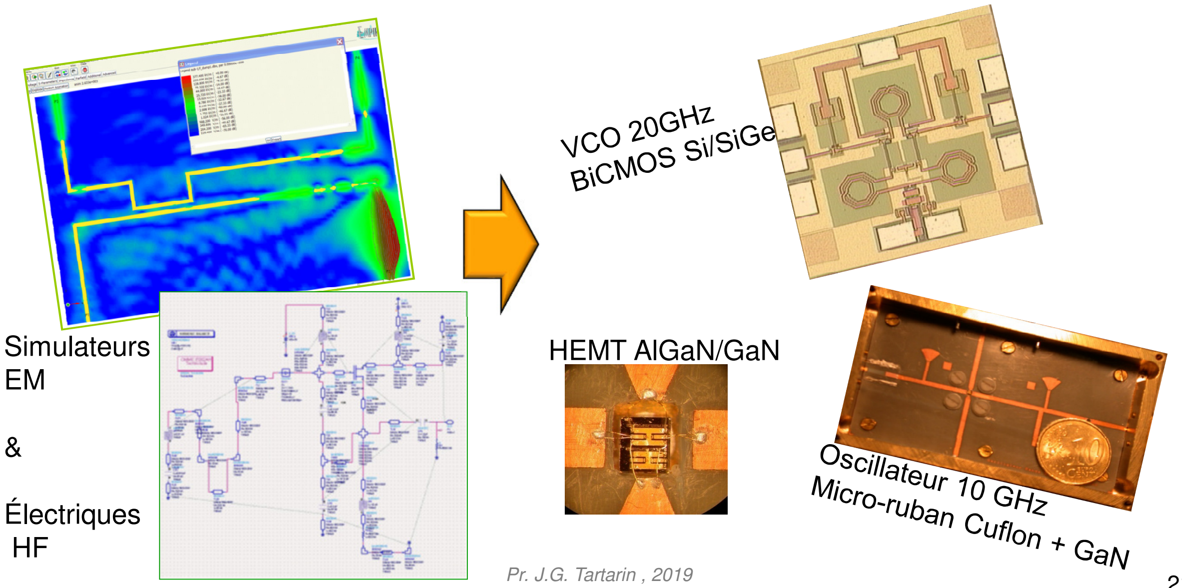
Adapter un circuit/composant, c'est le faire fonctionner de manière conforme à un objectif (adapté pour…).
Cet objectif peut être :
-la réduction des ondes régressives
-l'optimisation du transfert de puissance
-la minimisation du (facteur de) bruit
-la maximisation du gain de transfert
…

Pr. J.G. Tartarin , 2019

20

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

La théorie… nécessaire avant de jouer dans 'les cours' des grands



Pr. J.G. Tartarin , 2019

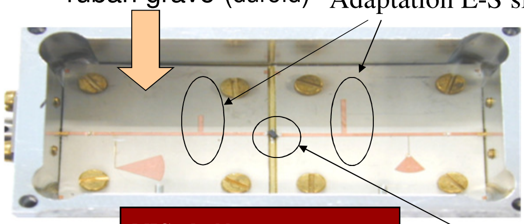
21

Réalisations de circuits / systèmes : Hybride et MMIC

Deux familles de circuits :

Circuits MIC ou hybrides :
MIC Microwave Integrated Circuit
(*déclinées sous plusieurs sous-familles HMIC, MHMIC, …)*)

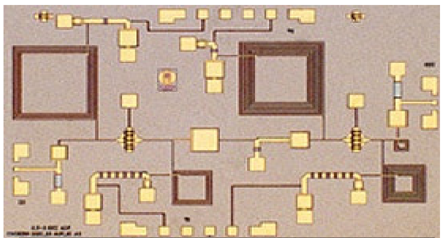
Qques cm²



MIC : doubleur de fréquence 4.8 GHz (9.6 out)

Circuits monolithiques intégrés
MMIC Microwave Monolithic Integrated Circuit

Qques 100µm² à qques mm² max (photo 1.7mm²)



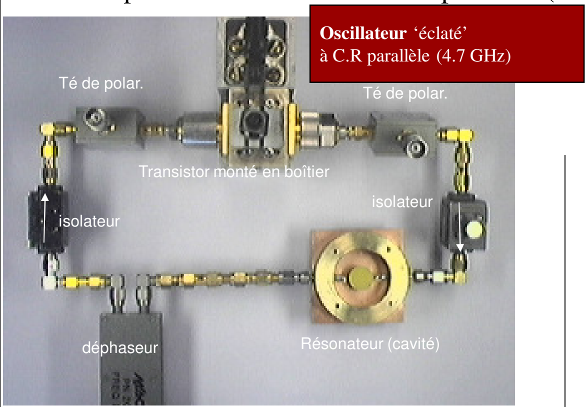
MMIC : amplificateur faible bruit (30 GHz)

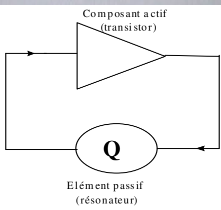
Pr. J.G. Tartarin , 2019

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

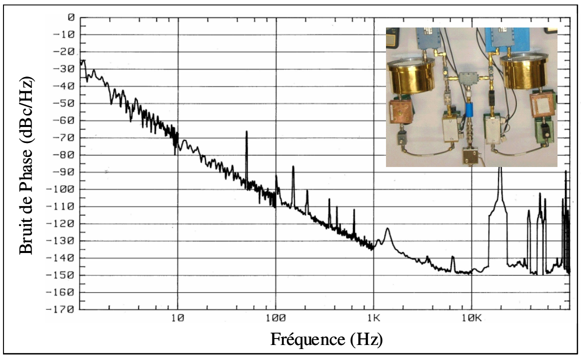
Quelques réalisations (manip labo)…

Exemple : oscillateur éclaté à CR parallèle (4.7 GHz)





Réf. LAAS-CNRS



Source de fréquence
(projet PHARAO-horloge atomique)
4.7x2= 9.4 GHz

Réf. LAAS-CNRS

Propagation sur les lignes

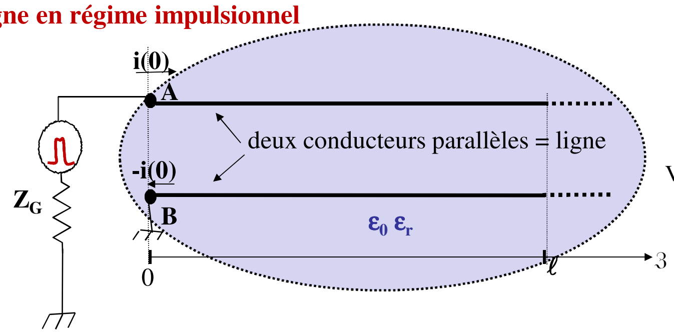
- **I- Le processus de propagation**
- **II- Ligne de transmission en régime sinusoidal (équation des télégraphistes, tension et courant)**
- **III- Réalisation de lignes de transmission (matériaux diélectriques, ligne microbande)**
- **IV- Ligne de transmission chargée (coefficient de réflexion, tension et courant, puissance, résultats à se rappeler)**
- **V- Abaque de Smith**
- **VI- Lignes en régime impulsionnel**
- ***VII- Lignes couplées***
- ***VIII- Adaptation d'impédance***

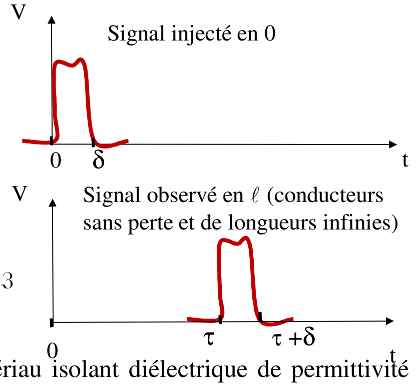
Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

I- Le processus de propagation

I-1 Ligne en régime impulsionnel





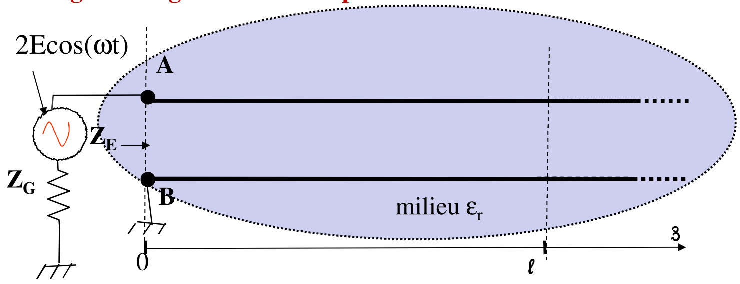
Ligne : ensemble de *deux conducteurs parallèles* entourés d'un matériau isolant diélectrique de permittivité $\varepsilon_0\varepsilon_r$ (ε_0 permittivité du vide avec $\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12} \sim 10^{-9}/(36\pi)$ F/m et ε_r est la permittivité relative du matériau dont la valeur est $1 < \varepsilon_r < 13$ pour les matériaux usuels) et dans lesquels :

- la propagation s'effectue dans la direction ȝ de leur longueur
- les courants dans un plan perpendiculaires à la direction de propagation sont égaux en module et de signe opposé. Exemple : les courants en A et B ont même valeur mais des signes opposés.

En régime impulsionnel, on observe en ȝ = ℓ et au temps t, l'impulsion (sans déformation pour une ligne idéale) qui se trouvait en ȝ = 0 au temps t-τ : **τ est le temps nécessaire à cette impulsion pour parcourir la distance ℓ.**

De ce fait, **τ est égal à ℓ/v** où v est la vitesse de propagation (dite *vitesse de phase*) de l'impulsion sur les conducteurs égale à **$c/\sqrt{\varepsilon_r}$** (si la **propagation** s'effectue dans la direction de ȝ selon un **mode TEM**, c'est-à-dire vecteurs E et H orthogonaux et leurs composantes nulles selon ȝ) où c est la vitesse de la lumière ($3\ 10^8$ m/s).

I-2 Ligne en régime sinusoïdal permanent



En régime permanent, l'équation du signal observé en ȝ = 0 est :

$V(0) = E_0\cos(\omega t)$ avec

$E_0 = 2E(Z_E/(Z_E+Z_G))$

où Z_E est l'impédance d'entrée de la ligne entre A et B qui est supposée infiniment longue (que vaut-elle ?).

En ȝ = ℓ, l'équation du signal <u>est donc identique à celle qu'il avait au temps τ plus tôt</u> c'est-à-dire **$V(\ell) = E_0\cos[\omega(t-\tau)]$** et cette équation, dite d'une ***onde progressive***, peut <u>aussi</u> s'écrire **$V(\ell) = E_0\cos[\omega t-2\pi f\ell/v]$** car $\omega = 2\pi f$ et $\tau = \ell/v$. Si nous **posons $\lambda = v/f$** où ***λ est appelée longueur d'onde***, il vient finalement :

$$V(\ell) = E_0\cos[\omega t-2\pi\,\ell/\lambda] \quad \textbf{(1)}\ \textit{(équation d'une onde progressive dans le sens des ȝ)}$$

On constate donc que **la différence de potentiel observée à l'instant t entre les conducteurs ne peut plus être considérée comme identique en tous points mais dépend de la position considérée sur les conducteurs** : c'est le ***<u>phénomène de propagation</u>*** et les théorèmes classiques des nœuds et des mailles ne peuvent plus s'appliquer.

Toutefois lorsque $2\pi\,\ell/\lambda < 0.1\pi \Leftrightarrow \ell < \lambda/20$, alors on peut confondre $E_0\cos[\omega t-2\pi\,\ell/\lambda]$ avec $E_0\cos[\omega t]$ et ceci avec une erreur maximale de 5% si $\omega t = 0$ ou de 30% si $\omega t = \pi/2$ (donc selon l'instant d'observation) pour tout ȝ < λ/20. On peut donc, dans ces conditions, continuer d'appliquer les théorèmes fondamentaux des circuits si cette erreur est acceptable dans l'application considérée.

Nous admettrons dans la suite que **<u>dés qu'une des dimensions d'un circuit est supérieure à λ/20, alors le phénomène de propagation doit être pris en compte</u>** ainsi que décrit dans la suite de ce cours. Ceci peut concerner aussi bien les circuits opérant à fréquence basse (λ élevée) s'ils ont de grandes dimensions (EDF), que les circuits opérant à fréquence élevée (λ faible) même s'ils ont de petites dimensions (circuits Gbits ou HF).

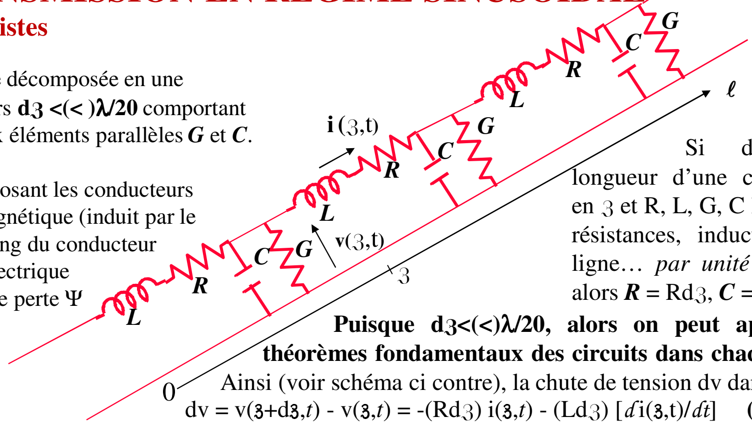
Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

II- LIGNE DE TRANSMISSION EN REGIME SINUSOIDAL

II-1 Équation des télégraphistes

Toute ligne de longueur ℓ peut être décomposée en une succession de cellules de longueurs **$d\mathfrak{z}$ <(<)λ/20** comportant deux éléments série ***L*** et ***R*** et deux éléments parallèles ***G*** et ***C***. Leurs origines sont :
R : résistivité finie du métal composant les conducteurs
L : quotient du flux du champ magnétique (induit par le courant) par unité du courant le long du conducteur
G : conductivité non nulle du diélectrique dont on rend compte par l'angle de perte Ψ
C : influence électrostatique du conducteur supérieur sur celui du bas et réciproquement.



Si $d\mathfrak{z}$ est la longueur d'une cellule placée en $\mathfrak{z}$ et R, L, G, C les valeurs de résistances, inductances de la ligne… *par unité de longueur* alors ***R*** = R$d\mathfrak{z}$, ***C*** = C$d\mathfrak{z}$, etc….

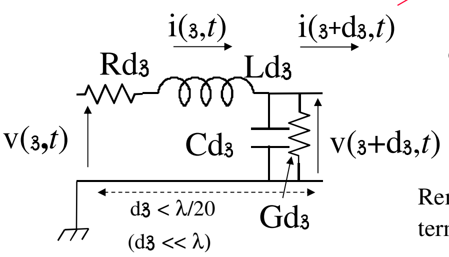
Puisque $d\mathfrak{z}$<(<)λ/20, alors on peut appliquer les théorèmes fondamentaux des circuits dans chaque élément.

Ainsi (voir schéma ci contre), la chute de tension dv dans R et L est

$dv = v(\mathfrak{z}+d\mathfrak{z},t) - v(\mathfrak{z},t) = -(Rd\mathfrak{z})\, i(\mathfrak{z},t) - (Ld\mathfrak{z})\, [di(\mathfrak{z},t)/dt]$ **(2)**

Le courant di qui part à la masse à travers C et G est :

$di = i(\mathfrak{z}+d\mathfrak{z},t) - i(\mathfrak{z},t) = -(Gd\mathfrak{z})v(\mathfrak{z}+d\mathfrak{z},t) - (Cd\mathfrak{z})[dv(\mathfrak{z}+d\mathfrak{z},t)/dt]$ **(2bis)**



Pour la suite, on n'écrira plus les arguments de v et i et on confondra d et *d*. Les variables *t* et $\mathfrak{z}$ étant indépendantes entre elles, la dérivée de (2) par rapport à $\mathfrak{z}$ est:

$d^2v/d\mathfrak{z}^2 = -\{R(di/d\mathfrak{z}) + L[d(di/d\mathfrak{z})/dt]\}$ **(3)**

Remplaçant dans (3), $di/d\mathfrak{z}$ par sa valeur donnée par (2bis) en négligeant les termes d'ordre supérieur à 1 (ce qui revient à confondre $\mathfrak{z}+d\mathfrak{z}$ et $\mathfrak{z}$), il vient :

$d^2v/d\mathfrak{z}^2 = -\{R[-Gv\text{-}C(dv/dt)] + Ld[-Gv\text{-}C(dv/dt)]/dt\}$ **(4)**

L'équation (4) s'écrit encore **$d^2v/d\mathfrak{z}^2 = RGv + (RC+LG)(dv/dt) + LC(d^2v/dt^2)$ (5)** et est appelée *équation des télégraphistes*. Elle dispose d'une équation duale en courant : **$d^2i/d\mathfrak{z}^2 = RGi + (RC+LG)(di/dt) + LC(d^2i/dt^2)$ (6)**

Pr. J.G. Tartarin , 2019 27

II-2 Résolution de l'équation des télégraphistes

Pour obtenir la solution de cette équation, on doit faire une hypothèse sur l'évolution de v et i en fonction du temps et on va supposer qu'il s'agit de deux *signaux sinusoïdaux de pulsation ω*. De plus on va utiliser la notation complexe, c'est-à-dire **poser $v(\mathfrak{z},t) = v(\mathfrak{z})e^{j\omega t}$ et $i(\mathfrak{z},t) = i(\mathfrak{z})e^{j\omega t}$** où $v(\mathfrak{z})$ et $i(\mathfrak{z})$ sont des complexes. Il doit être remarqué que **les signaux qui existent en réalité sont obtenus en prenant les parties réelles des signaux précédents**, c'est-à-dire **$V(\mathfrak{z},t) = \mathcal{Re}(v(\mathfrak{z},t)) = V(\mathfrak{z})\cos(\omega t+\phi)$** où ϕ est l'argument de $v(\mathfrak{z})$ et $V(\mathfrak{z})$ son module.

Du fait de l'hypothèse sur la nature de v et i, il vient immédiatement $dv/dt = j\omega v$, $d^2v/dt^2 = -\omega^2 v$ et l'équation (5) s'écrit : $d^2v/d\mathfrak{z}^2 = RGv + j\omega(RC+LG)v - \omega^2 LCv$ ce qui se transforme aisément en :

$d^2v/d\mathfrak{z}^2 = (R+jL\omega)(G+jC\omega)v = \gamma^2 v$ (7) avec **$\gamma^2 = (R+jL\omega)(G+jC\omega)$ (8)**

En partant de (6) on aurait obtenu : $d^2i/d\mathfrak{z}^2 = (R+jL\omega)(G+jC\omega)\, i = \gamma^2 i$ **(7bis)** et **$\gamma = \alpha+j\beta$ (9)**

où α et β sont respectivement les parties réelles et imaginaires du *coefficient de propagation* γ qui est connu dés lors que les caractéristiques de la ligne et donc R, L, G et C le sont..

La solution de (7) est classique et s'écrit : $v(\mathfrak{z}) = v_i e^{-\gamma\mathfrak{z}} + v_r e^{\gamma\mathfrak{z}}$ (10).

De même, la solution de (7bis) est : $i(\mathfrak{z}) = i_i e^{-\gamma\mathfrak{z}} + i_r e^{\gamma\mathfrak{z}}$ **(11)**

v_i, v_r, i_i et i_r sont des constantes d'intégration complexes (on peut donc poser $v_i = V_i e^{j\Phi i}$, $v_r = V_r e^{j\Phi r}$ etc…) dont les valeurs se déterminent d'après les conditions d'alimentation et de fermeture des lignes.

<u>Remarque</u> : la tension existant réellement le long de la ligne est $V(\mathfrak{z}, t) = \mathcal{Re}[v(\mathfrak{z})e^{j\omega t}] = \mathcal{Re}\,[(v_i e^{-\gamma\mathfrak{z}} + v_r\, e^{+\gamma\mathfrak{z}})\, e^{j\omega t}]$ donc, en remplaçant $v_i = V_i e^{j\Phi i}$, $v_r = V_r e^{j\Phi r}$ et $\gamma = \alpha + j\beta$ par leurs valeurs, il vient:

$V(\mathfrak{z}, t) = \mathcal{Re}\,[V_i e^{-\alpha\mathfrak{z}} e^{j(\Phi i-\beta\mathfrak{z}+\omega t)} + V_r e^{+\alpha\mathfrak{z}} e^{j(\Phi r+\beta\mathfrak{z}+\omega t)}] = V_i e^{-\alpha\mathfrak{z}} \cos(\Phi_i-\beta\mathfrak{z}+\omega t) + V_r e^{+\alpha\mathfrak{z}} \cos(\Phi_r+\beta\mathfrak{z}+\omega t)$ (10 bis).

En comparant le résultat obtenu avec celui de l'équation (1) (on assimile $\mathfrak{z}$ à ℓ), on peut faire les deux observations fondamentales suivantes :

1 : la tension $v_i e^{-\gamma\mathfrak{z}}$ se *propage dans le sens des $\mathfrak{z}$ croissants* à la vitesse (-)2π/λ = (-)2πf/v = (-)β donc v = 2πf/β et s'atténue avec la distance de la quantité $e^{-\alpha\mathfrak{z}}$. Idem pour le courant.

2 : la tension $v_r e^{\gamma\mathfrak{z}}$ se *propage dans le sens des $\mathfrak{z}$ <u>décroissants</u>* à la vitesse 2π/λ = 2πf/v = β donc v = 2πf/β et s'atténue avec la distance de la quantité $e^{\alpha\mathfrak{z}}$. Idem pour le courant.

Pr. J.G. Tartarin , 2019 28

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

II-3 Tension et courant le long de la ligne, impédance caractéristique, coefficients α et β (respectivement atténuation et déphasage par unité de longueur)

Nous avons obtenu **$v(z) = v_i e^{-\gamma z} + v_r e^{\gamma z}$ (10)** et **$i(z) = i_i e^{-\gamma z} + i_r e^{\gamma z}$ (11) mais ces équations font intervenir quatre inconnues (v_i, v_r, i_i et i_r).** Pour en réduire le nombre, ré-écrivons (2) en régime sinusoïdal :

$dv = -(R + j\omega L) i\, dz$ ou encore $dv/dz = -(R + j\omega L) i$ soit : $dv/dz = -(R + j\omega L)(i_i e^{-\gamma z} + i_r e^{\gamma z})$ **(12)**

après avoir remplacé i par sa valeur (11). Or, en dérivant (10) par rapport à z, on obtient :

$dv/dz = -\gamma v_i e^{-\gamma z} + \gamma v_r e^{\gamma z}$ **(13).** Les équations (12) et (13) doivent donc être simultanément vérifiées ce qui s'écrit :

$$-\gamma v_i e^{-\gamma z} + \gamma v_r e^{\gamma z} = -(R + j\omega L)(i_i e^{-\gamma z} + i_r e^{\gamma z})$$

et, pour que ceci soit vrai quel que soit z, il faut que les coefficients des termes en $e^{-\gamma z}$ et $e^{\gamma z}$ soient identiques ce qui implique : $-\gamma v_i = -(R + j\omega L) i_i$ et $\gamma v_r = -(R + j\omega L) i_r$ donc : $v_i/i_i = -v_r/i_r = (R + j\omega L)/\gamma$ **(14)** soit, en remplaçant γ par sa valeur :

$v_i/i_i = -v_r/i_r = Z_c$ **(14)** avec $Z_c = [(R + jL\omega)/(G + jC\omega)]^{1/2}$ $= [L/C]^{1/2}\,[(R/(jL\omega) +1]^{1/2} / [(G/(jC\omega) +1]^{1/2}$ **(15)**

où Z_c est une *grandeur fondamentale* de la ligne dénommée *impédance caractéristique.* Elle correspond à l'impédance que l'on mesurerait entre les deux conducteurs d'une ligne de longueur infinie. C'est en théorie une grandeur complexe mais qui d'après (15) **devient réelle et égale à $Z_c = (L/C)^{1/2}$ dès que $L\omega > R$ et $C\omega > G$** ce qui est généralement vérifié (**approximation des faibles pertes**) **aux fréquences f élevées** (ω=2πf élevé) si les lignes sont constituées de matériaux bons conducteurs (R faible) séparés par un bon isolant (G donc Ψ faible : $G \sim C\omega \mathrm{tg}\Psi$).

En effet les relations (8) et (9) s'écrivent : $\gamma = \alpha + j\beta = [(R+jL\omega)(G +jC\omega)]^{1/2}$ qui, en mettant $jL\omega$ et $jC\omega$ en facteur, devient : $\alpha + j\beta = j\omega(LC)^{1/2}[(R/(jL\omega) +1]^{1/2}[(G/(jC\omega) +1]^{1/2} = j\omega(LC)^{1/2}[(R/(2jL\omega)+1][(G/(2jC\omega)+1]$ soit finalement en développant la relation précédente, en y remplaçant $(L/C)^{1/2}$ par Z_c et, en négligeant les termes d'ordre 2 en fréquence, il vient :

pertes résistives pertes diélectriques

$$\gamma = \alpha + j\beta \sim R/2Z_c + GZ_c/2 + j\omega(LC)^{1/2} \text{ donc } \alpha \sim R/2Z_c + GZ_c/2 \quad \textbf{(16)} \quad \text{et } \beta \sim \omega(LC)^{1/2} \quad \textbf{(17)}$$

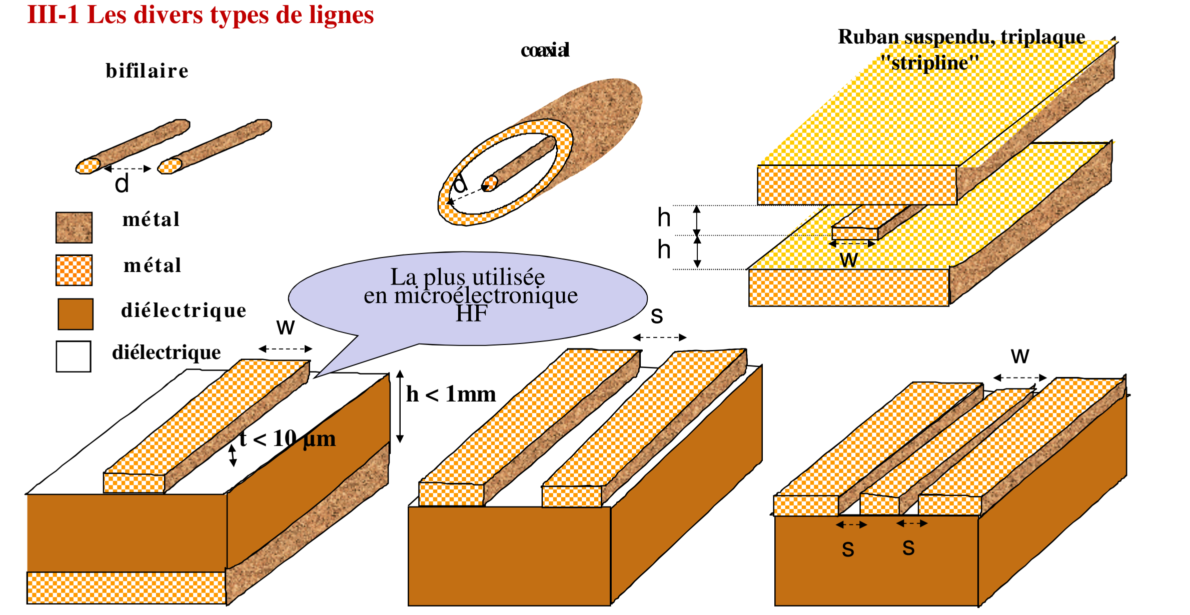
La connaissance de l'impédance caractéristique permet de réduire à deux (v_i, v_r) le nombre d'inconnues dans (10) et (11) si bien que tension et courant le long de la ligne s'écrivent maintenant :

$$v(z) = v_i e^{-\gamma z} + v_r e^{\gamma z} \quad (10) \quad \text{et} \quad i(z) = (v_i e^{-\gamma z} - v_r e^{\gamma z})/Z_c \quad \textbf{(18)}$$

L'évaluation des inconnues restantes ne peut s'effectuer qu'à partir de la connaissance des conditions d'alimentation et de fermeture des lignes : nous allons aborder la condition de fermeture dans le chapitre IV.

III REALISATION DE LIGNES DE TRANSMISSION

III-1 Les divers types de lignes



Ligne micro-ruban ("microstrip")

Ligne à fente « slot-line » ou ruban coplanaire « CPS »

Guide coplanaire « coplanar waveguide » ou « CPW »

Attention : échelle non respectée vis à vis des épaisseurs de métallisation par rapport à celle du diélectrique !

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

La ligne coaxiale

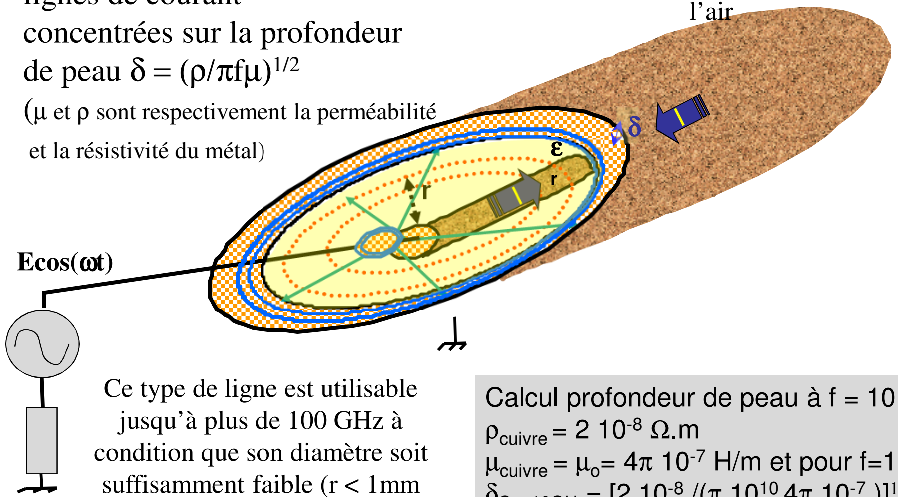
lignes de champ H

lignes de champ E

lignes de courant concentrées sur la profondeur de peau $\delta = (\rho/\pi f \mu)^{1/2}$

(μ et ρ sont respectivement la perméabilité et la résistivité du métal)

Pour la ligne coaxiale, E et H sont exactement orthogonaux : mode TEM et la vitesse de propagation est :
$\mathcal{V} \sim c/(\varepsilon_r)^{1/2}$ avec $\varepsilon_r = 1$ si la ligne contient de l'air



Ce type de ligne est utilisable jusqu'à plus de 100 GHz à condition que son diamètre soit suffisamment faible (r < 1mm pour dépasser 100 GHz ce qui implique un coût élevé).

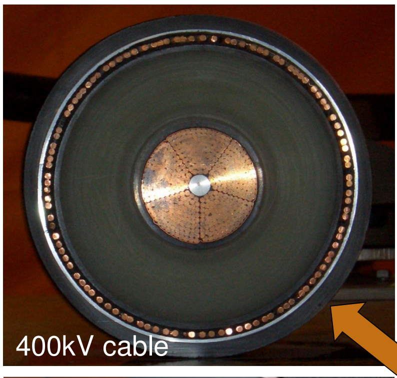
Calcul profondeur de peau à f = 10 GHz
$\rho_{cuivre} = 2\ 10^{-8}\ \Omega.m$
$\mu_{cuivre} = \mu_o = 4\pi\ 10^{-7}$ H/m et pour f=10 GHz:
$\delta_{Cu,\ 10GHz} = [2\ 10^{-8}\ /(\pi\ 10^{10}\ 4\pi\ 10^{-7}\ )]^{1/2}$
$= [1/(2\pi)][2\ 10^{-11}]^{1/2} = 0.71\ \mu m$
$\delta_{Cu\ en\ m} = 0.071/\ f^{1/2}$ où f est en Hz.

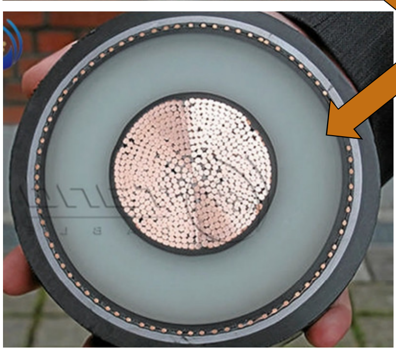
Attention : échelle non respectée vis à vis des épaisseurs de métallisation par rapport à celle du diélectrique !

Pr. J.G. Tartarin , 2019

31

La ligne coaxiale : faibles fréquences (longues distances – fortes puissances) et hautes fréquences





Pertes diélectriques:
Dimensionnement diélectrique (diamètre) selon fréquence

Pertes métalliques:
Conception multi-brins âme centrale et conducteur externe (multi-couches?)

Respect de la propagation TEM !

High voltage (LF) Transmission line cable

High frequency coaxial cable

https://www.youtube.com/watch?v=uwFvGZcjQME

Pr. J.G. Tartarin , 2019

32

Université de Toulouse

La ligne microruban

La ligne microruban est utilisée dans la plupart des circuits imprimés et intégrés. Elle se caractérise par deux dimensions fondamentales : l'épaisseur h du substrat diélectrique (qui doit être << λ) et la largeur W de la piste supérieure.

Vitesse de propagation dans la direction $\mathfrak{z}$ du ruban :

$\mathcal{V} \sim c/[(1+\varepsilon_r)/2]^{1/2}$ où ε_r est la permittivité relative du matériau qui sépare masse du ruban ; ici on divise c par $\varepsilon_{eff}^{1/2} = [(1+\varepsilon_r)/2]^{1/2}$ plutôt que par $\varepsilon_r^{1/2}$ pour tenir compte du fait que la propagation des champs s'effectue moitié dans ε_r (en dessous) et moitié dans l'air avec $\varepsilon_r = 1$ (en dessus):

$\varepsilon_{eff} \geq (1+\varepsilon_r)/2$ s'appelle permittivité relative effective.

Sa valeur exacte, fonction de ε_r, h, W et t, se trouve dans des ouvrages spécialisés.

On dit que le mode de propagation est *quasi* TEM car E et H ne sont pas exactement orthogonaux (voir figure).

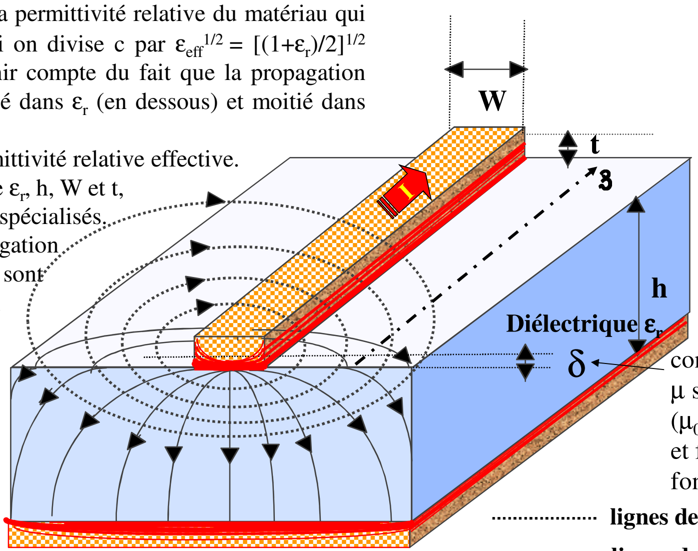
Exemple :

$\varepsilon_r = 2$ implique :

$[1+\varepsilon_r)/2]^{1/2} = 1.22$ donc

$\mathcal{V} \sim 2.45\ 10^8$ m/s et

$\lambda \sim 2.45$ cm à 10 GHz : il faut donc tenir compte de la propagation si la longueur du ruban n'est pas inférieure à 1.2 mm



$\delta = (\pi\mu f\sigma)^{-1/2}$où

$\sigma = 1/\rho$ est la conductivité du métal,

μ sa perméabilité $\mu_0\mu_r$

($\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$A/m)

et f la fréquence de fonctionnement

lignes de champ H

lignes de champ E

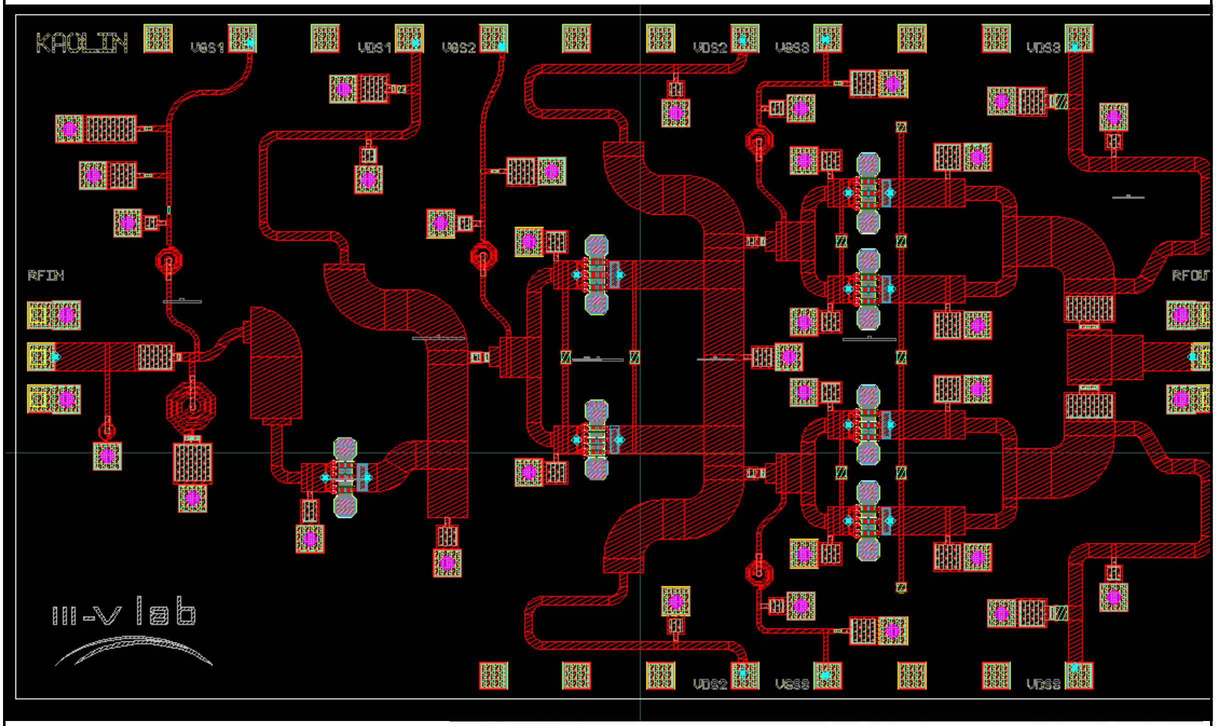
lignes de courant

Attention : échelle non respectée vis à vis des épaisseurs de métallisation par rapport à celle du diélectrique !

Pr. J.G. Tartarin , 2019 33

La ligne microruban en situation de concption

Réalisations de circuits aux très hautes fréquences



Pr. J.G. Tartarin , 2019 34

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

La ligne microruban (suite)

1- Calculer α_R et α_D sachant :

$\varepsilon_{eff} = 6.25$, $f = 3$ GHz, $Z_c = 50$ Ohms, $tg\Psi = 10^{-4}$

$\rho_{métal} = 3\ 10^{-8}\ \Omega$.m, W = 0.6 mm, t = 2 µm, h = 0.2 mm et $\delta_{\mu m} = 84\ 10^{-3} / \sqrt{f_{Hz}}$

Calcul de α_R

$\delta_{\mu m} = 84\ 10^{-3} / \sqrt{3\ 10^9} = 1.5\ \mu m$

$R \sim 2\rho_{métal}/(\delta W) = 66\ \Omega$

et $\alpha_R = R/(2Z_c) = 0.66$ Np/m

= 5.7 dB/m = 0.057 dB/cm *(1dB=8,7 Np)*

Calcul de α_D

$\alpha_D = GZ_c/2$ avec $G = C\omega\, tg\Psi$

Il faut donc d'abord calculer C :

$\mathcal{V} = c/\varepsilon_{eff}^{1/2} = (LC)^{-1/2}$ donc

$C = \varepsilon_{eff}/(Lc^2)$ avec $Z_c = (L/C)^{1/2}$ donc $L = Z_c^2 C$

et $C^2 = \varepsilon_{eff}/(Z_c^2 c^2)$

donc $C = \sqrt{\varepsilon_{eff}}/(Z_c c) = 166$ pF/m

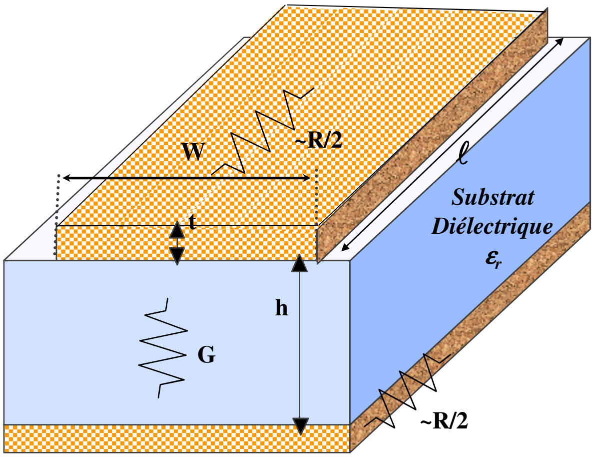
$G = 166.10^{-12}\ (2\pi)\ 3.10^9\ 10^{-4} = 1.25\ 10^{-3}$ S

donc :

$\alpha_D = 125.10^{-5}(50/2) = 0.0313$ Np/m = 0.27 dB/m

Remarque :

Lorsque la fréquence croît **α_D croît, au moins, en f et α_R en $f^{0.5}$** : de ce fait les pertes diélectriques peuvent dépasser les pertes résistives aux hautes fréquences.



Ligne microruban de longueur ℓ et impédance caractéristique Z_c

2- Impédance caractéristique : on sait que $L = \varepsilon_{eff}/(Cc^2)$

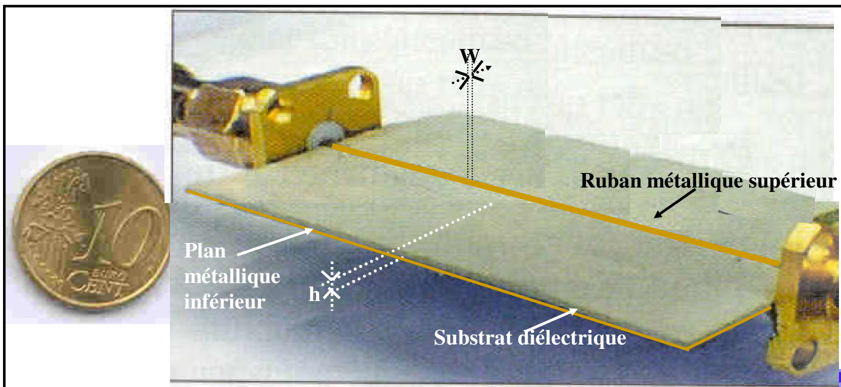
où $C = C_{\text{par unité longueur}} \sim \varepsilon_0\varepsilon_{eff}\,(W/h)$ (37)

avec $c = 1/\sqrt{(\varepsilon_0\mu_0)}$ et $\sqrt{\mu_0}/\sqrt{\varepsilon_0} = 120\pi$

d'où : $Z_c = (L/C)^{1/2} \approx (120\pi)(h/W)/\varepsilon_{eff}^{1/2}$ (37bis)

(approximation grossière, valable seulement si W/h >> 1)

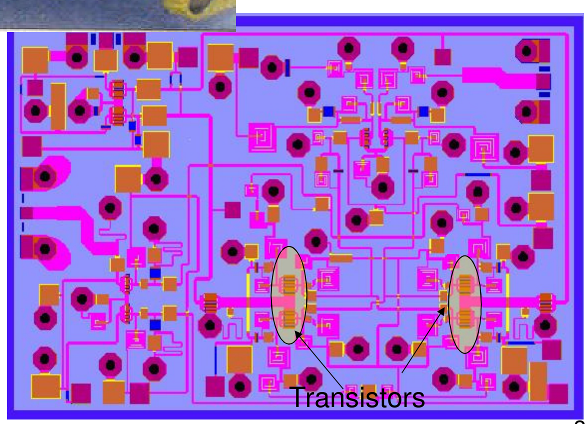
Application numérique **: pour** $\varepsilon_{eff} = 6.25$, ***W = 0.6 mm et h = 0.2 mm*** **alors $Z_c = (120\pi)\ (0.2/0.6)\ /6.25^{1/2} = 50.3\ \Omega$**



Ligne micro-ruban ("microstrip") montée entre deux connecteurs coaxiaux

Exemple de lignes micro-rubans qui apparaissent sous forme de pistes utilisées pour relier entre eux les divers éléments (diodes, transistors, capacités, résistances,…) d'un ***circuit intégré HF*** pour télécommunications. Le substrat est ici un semi-conducteur rendu le plus isolant possible.

1 mm



Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS & Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

III-2 Propriétés nécessaires des substrats pour lignes microrubans

Propriété requise	*Justification*
Stabilité mécanique et solidité	Doit résister aux diverses contraintes et cela sans déformation qui entraînerait aussi celle des lignes.
Coefficient de dilatation thermique approprié	Il doit être comparable à celui des matériaux (Or, Titane) utilisés pour les métallisations pour éviter les risques de décollement.
Bonne conductivité thermique	Parmi les éléments insérés sur les lignes on trouvera des dispositifs actifs qui dissipent de la chaleur à évacuer sous peine de dégradation des performances et de la fiabilité.
Bon état de surface	Nécessaire pour obtenir une épaisseur constante et un bon état de surface des métallisations, obligatoires pour minimiser les pertes résistives.
Permittivité ε_r isotropique, homogène et de valeur compatible avec la compacité recherchée	Les caractéristiques électriques des lignes doivent rester inchangées, quelle que soit la direction, d'un échantillon à un autre. Pour une compacité optimale, ε_r doit être élevée.
Faible angle de perte et faible conductivité.	Nécessaire pour minimiser les pertes diélectriques.
Faible coût.	Pour production en grandes quantités.

Pr. J.G. Tartarin , 2019 37

III-3 Principaux matériaux diélectriques pour lignes microrubans

Nature du diélectrique	*Permittivité relative ε_r*	*Angle de perte tgΨ @ 10 GHz*	*Propriétés électriques*	*Propriétés mécaniques*	*Coût*
Minéral : Céramique (alumine)	10	10^{-4}	++	++	--
Organique : Téflon * (PTFE)	2.1	$4\ 10^{-4}$	++	--	++
Verre-époxy*	5	$2\ 10^{-2}$	--	+	++
Téflon-fibre de verre	3	$4\ 10^{-4}$	++	+	-
Téflon-fibre de verre-céramique	3 à 10	1 à $4\ 10^{-3}$	+	++	-
Semiconducteur : Silicium	12	$15\ 10^{-3}$	--	++	+
Arséniure de Gallium	13	$2\ 10^{-3}$	++	+	--

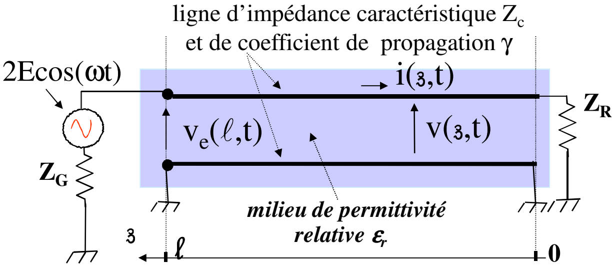
*Téflon=polytétrafluoréthylène=PTFE
**Matériau standard des circuits imprimés

Conductance de pertes :
$G = C\omega \operatorname{tg}(\Psi) \quad avec\ \omega = 2\pi f$

Pr. J.G. Tartarin , 2019 38

Université de Toulouse

IV- Ligne de transmission chargée en régime sinusoidal



IV-1 Coefficient de réflexion

La ligne de longueur ℓ est maintenant terminée (« chargée ») par une impédance Z_R. *Remarquons que l'origine des $\mathfrak{z}$ est, dés lors, prise sur la charge* (au lieu de l'entrée de la ligne précédemment) et cette convention ne changera plus pour toute la suite du cours. <u>Ceci impose de modifier $\mathfrak{z}$ en ℓ -$\mathfrak{z}$ dans les équations des tensions et des courants qui deviennent :</u>

$v(\mathfrak{z},t) = v(\mathfrak{z})e^{j\omega t}$ avec $\mathbf{v(\mathfrak{z}) = v_i e^{\gamma\mathfrak{z}} + v_r e^{-\gamma\mathfrak{z}}}$ **(19)** et $i(\mathfrak{z},t) = i(\mathfrak{z})e^{j\omega t}$ avec $\mathbf{i(\mathfrak{z}) = (v_i e^{\gamma\mathfrak{z}} - v_r e^{-\gamma\mathfrak{z}})/Z_c}$ **(20)** : notons que v_i et v_r sont différentes des v_i et v_r du chapitre II d'un terme $e^{\pm\gamma l}$ mais nous les notons de la même manière.

Notons aussi que, compte tenu du signe qui précède maintenant $\mathfrak{z}$ dans l'exponentielle, v_i est associée à une tension ou un courant se propageant vers la charge *(<u>i</u>ncidente)* tandis que v_r est associée à une tension ou un courant venant de la charge *(<u>r</u>éfléchi)*. Enfin v_i et v_r sont toujours des complexes que l'on peut noter $v_i = V_i e^{j\Phi i}$ et $v_r = V_r e^{j\Phi r}$.

Courant et tension en sortie de ligne sont donc : $\mathbf{i(0) = (v_i - v_r)/Z_c}$ et $\mathbf{v(0) = (v_i + v_r)}$ mais ils sont simultanément liés par la loi d'Ohm : $\mathbf{v(0) = Z_R i(0)}$ soit $(v_i+v_r) = Z_R(v_i-v_r)/Z_c$ donc $\mathbf{v_r/v_i = (Z_R-Z_c)/(Z_R+Z_c)}$. Cette quantité est aussi une caractéristique fondamentale de la ligne chargée qui s'appelle *coefficient de réflexion* de la charge noté Γ_R avec :

$\mathbf{\Gamma_R = (Z_R-Z_c)/(Z_R+Z_c) = (z_R-1)/(z_R+1)}$ **(21)** et $z_R = Z_R/Zc$ qui se dénomme *impédance* de charge *réduite*. Z_R étant complexe, Γ_R l'est aussi et possède un module $|\Gamma_R| = V_r/V_i$ **(22)** et un argument $\Phi_R = \Phi_r - \Phi_i$ **(23)** donc $\Gamma_R = |\Gamma_R|e^{j\Phi_R}$.

Un coefficient de réflexion représente toujours le quotient d'une quantité réfléchie par la charge par une quantité incidente sur cette même charge. On peut donc définir le coefficient de réflexion en $\mathfrak{z}$ quelconque par :

$\Gamma(\mathfrak{z}) = v_r e^{-\gamma\mathfrak{z}}/v_i e^{\gamma\mathfrak{z}} = \Gamma_R e^{-2\gamma\mathfrak{z}}$. Pour une ligne à faible perte où $\gamma = j\beta$, alors $\Gamma(\mathfrak{z}) = \Gamma_R e^{-2j\beta\mathfrak{z}} = |\Gamma_R|\, e^{j(\Phi_R - 2\beta\mathfrak{z})}$ d'où l'on déduit que *le <u>module</u> du coefficient de réflexion en tout point $\mathfrak{z}$ d'une ligne à faible perte est une <u>constante</u> de valeur :*

$$|\Gamma_R| = |(z_R-1)/(z_R+1)| \quad \textbf{(24)} \qquad \text{avec } \mathbf{0 \leq |\Gamma_R| \leq 1} \text{ (si } \mathcal{Re}(Z_R) > 0)$$

IV-2 Tension et courant

Lorsque $\Gamma_R = v_r/v_i$ est connu, alors il n'existe plus qu'une seule inconnue dans les équations de v et i qui s'écrivent: $\mathbf{v(\mathfrak{z}) = v_i e^{\gamma\mathfrak{z}} (1+ \Gamma_R e^{-2\gamma\mathfrak{z}})}$ (25) et $\mathbf{i(\mathfrak{z}) = v_i e^{\gamma\mathfrak{z}} (1- \Gamma_R e^{-2\gamma\mathfrak{z}})/Z_c}$ **(26)** où module et argument de v_i ($v_i = V_i e^{j\Phi i}$) se déterminent à partir des conditions d'alimentation de la ligne (amplitude E et impédance Z_G du générateur).

Tension et courant *complexes* le long de la ligne sont donc parfaitement déterminés à une fréquence f donnée dés lors que nous connaissons (pour cette fréquence f) à la fois les valeurs Z_c et γ de la ligne ainsi que celle Z_R de la charge et celles Z_G et E du générateur.

Quelle est alors la tension réelle en tout point de la ligne ? Elle est donnée par $\mathbf{V(\mathfrak{z}, t) = \mathcal{Re}\,(v(\mathfrak{z})e^{j\omega t})}$ soit : $V(\mathfrak{z}, t) = \mathcal{Re}\,[(v_i e^{\gamma\mathfrak{z}} + v_r e^{-\gamma\mathfrak{z}}) e^{j\omega t}]$ donc en remplaçant v_i, v_r et γ par leurs valeurs $v_i = V_i e^{j\Phi i}$, $v_r = V_r e^{j\Phi r}$ et $\gamma = \alpha + j\beta$, il vient: $V(\mathfrak{z}, t) = \mathcal{Re}\,[V_i e^{\alpha\mathfrak{z}} e^{j(\Phi i+\beta\mathfrak{z}+\omega t)} + V_r e^{-\alpha\mathfrak{z}} e^{j(\Phi r-\beta\mathfrak{z}+\omega t)}] = V_i e^{\alpha\mathfrak{z}} \cos(\Phi_i+\beta\mathfrak{z}+\omega t) + V_r e^{-\alpha\mathfrak{z}} \cos(\Phi_r-\beta\mathfrak{z}+\omega t)$ **(27)**

On relève à nouveau (voir §2-2) que se propagent deux tensions sur la ligne. L'une en $\beta\mathfrak{z}$ dans le sens des $\mathfrak{z}$ décroissants (donc du générateur vers la charge) et dont l'amplitude maximale $V_i e^{\alpha\ell}$ à l'entrée de la ligne s'atténue d'autant plus que l'on se rapproche de la charge pour atteindre V_i sur la charge. L'autre en $-\beta\mathfrak{z}$ se déplace dans le sens des $\mathfrak{z}$ croissants et s'atténue d'autant plus qu'elle s'éloigne de la charge. En identifiant chaque terme en $\mathfrak{z}$ du second membre de (27) à celui en $\ell = \mathfrak{z}$ de l'équation (1) d'une onde progressive, on constate que ces deux tensions se déplacent à une vitesse qui satisfait à l'équation $\beta\mathfrak{z} = 2\pi f\mathfrak{z}/\boldsymbol{v}$ soit $\boldsymbol{v} = 2\pi f/\beta = (LC)^{-1/2}$ **(28)** puisque $\beta = \omega(LC)^{1/2}$. Remarquons enfin que $\beta\mathfrak{z} = 2\pi f\mathfrak{z}/v$ implique $\beta = 2\pi/\lambda$ **(29).**

Bien évidemment, ces deux tensions se composent en tout point de la ligne pour donner une *onde stationnaire*.

Considérons une ligne courte à faible perte pour laquelle R et G sont suffisamment faibles de telle manière que $\alpha \sim R/2Z_c + GZ_c/2$ satisfasse à la relation: $e^{\pm\alpha\mathfrak{z}} \sim 1$ pour tout $\mathfrak{z} \leq \ell$. Dans ces conditions, les deux tensions s'ajoutent en phase en tous points $\mathfrak{z}_{max}$ tels que $\Phi_r-\beta\mathfrak{z}_{max}+2n\pi = \Phi_i+\beta\mathfrak{z}_{max}$ (n entier) d'où l'on déduit :

$\mathfrak{z}_{max} = (\Phi_r-\Phi_i+2n\pi)/2\beta$ **(30)** : l'amplitude de la tension est maximale et de valeur $V_i + V_r$ en ces points $\mathfrak{z}_{max}$.

Au contraire, elles se soustraient en tous points $\mathfrak{z}_{min}$ tels que $\Phi_r-\beta\mathfrak{z}_{min}+(2n+1)\pi = \Phi_i+\beta\mathfrak{z}_{min}$ d'où l'on déduit :

$\mathfrak{z}_{min} = [\Phi_r- \Phi_i+(2n+1)\pi]/2\beta$ **(31)**, pour donner une tension minimale résultante d'amplitude égale à V_i-V_r.

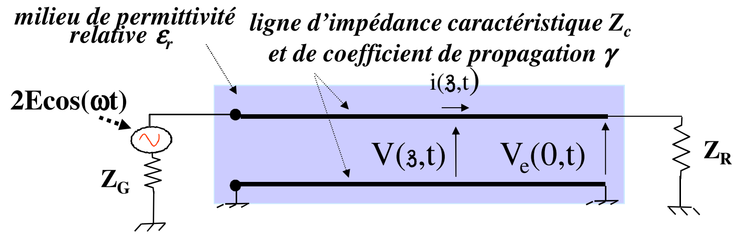
Nous trouvons donc sur la ligne une succession de maximum et de minimum de tension séparés de :

$\mathfrak{z}_{min} - \mathfrak{z}_{max} = \pi/2\beta = \lambda/4$, puisque $\beta = 2\pi/\lambda$, qui sont caractéristiques d'un régime d'ondes stationnaires.

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

IV-3 Rapport d'ondes stationnaires (ligne sans perte)



La figure suivante représente l'amplitude de la tension le long de la ligne (supposée sans perte) pour divers instants t en se rappelant que : $v_r/v_i = \Gamma_R$ donc $V_r/V_i = |\Gamma_R|$ et $\Phi_r - \Phi_i = \Phi_R$, argument de Γ_R.
L'amplitude de la tension le long de la ligne varie entre une valeur maximale $V_{max} = V_i + V_r = V_i(1+|\Gamma_R|)$ en $ȝ_{max}$ et une valeur minimale $V_{min} = V_i - V_r = V_i(1-|\Gamma_R|)$ en $ȝ_{min}$ et *le rapport d'ondes stationnaires est le quotient entre ces valeurs* donc :

$$\rho = V_{max}/V_{min} = (1+|\Gamma_R|) / (1-|\Gamma_R|) \qquad \textbf{(32)}$$

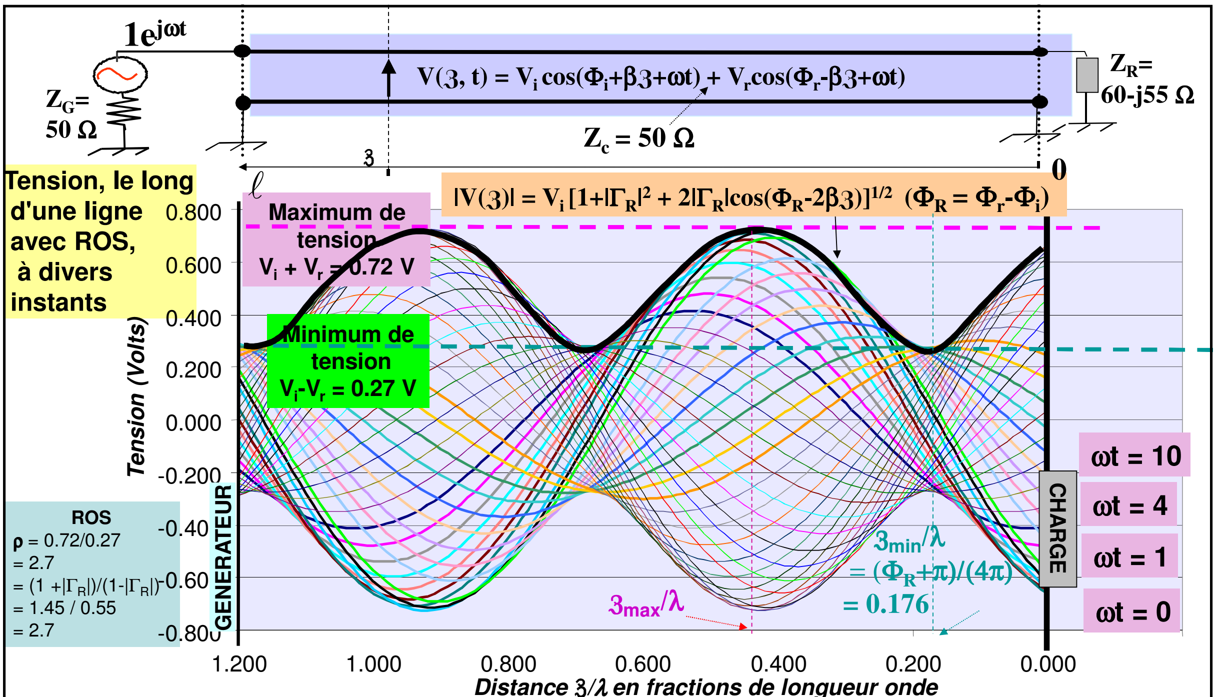
où ρ est un réel>0.

De plus, puisque **$0 \leq |\Gamma_R| \leq 1$ (si $\mathcal{Re}(Z_R > 0)$, alors $1 \leq \rho \leq \infty$ (32 bis)**

Il est important de se rappeler les valeurs de Γ_R et ρ pour des valeurs particulières de Z_R :

si $Z_R = 0$ (CC), alors $\Gamma_R = -1 = e^{j\pi}$ et $\rho \to \infty$
si $Z_R \to \infty$ (CO), alors $\Gamma_R = 1$ et $\rho \to \infty$
si $Z_R = Z_c$(charge adaptée), alors $\Gamma_R = 0$ et $\rho = 1$

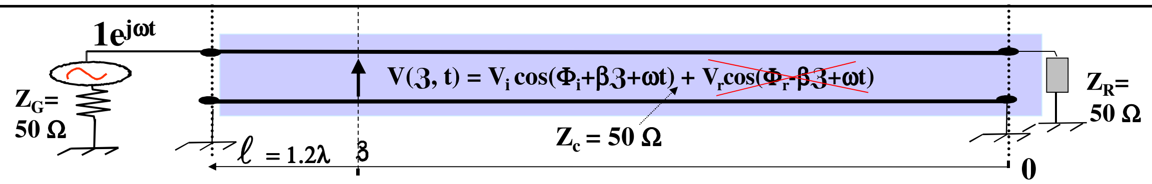
Pr. J.G. Tartarin , 2019 41

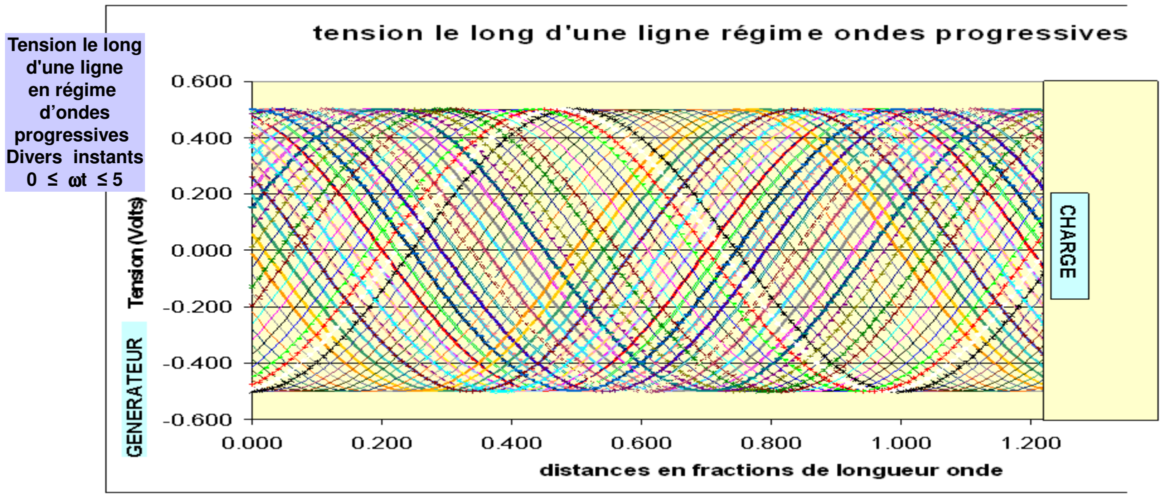


Ligne 50 Ω de longueur ℓ = 1.2λ fermée sur 60-j55 (Ω) → Γ_R = 0.45 ∠ -53° et alimentée par un générateur d'amplitude 1V → v_i = 0.5 ∠-72° (V) et v_r = 0.227 ∠-125° (V) (voir TD)

Pr. J.G. Tartarin , 2019 42

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

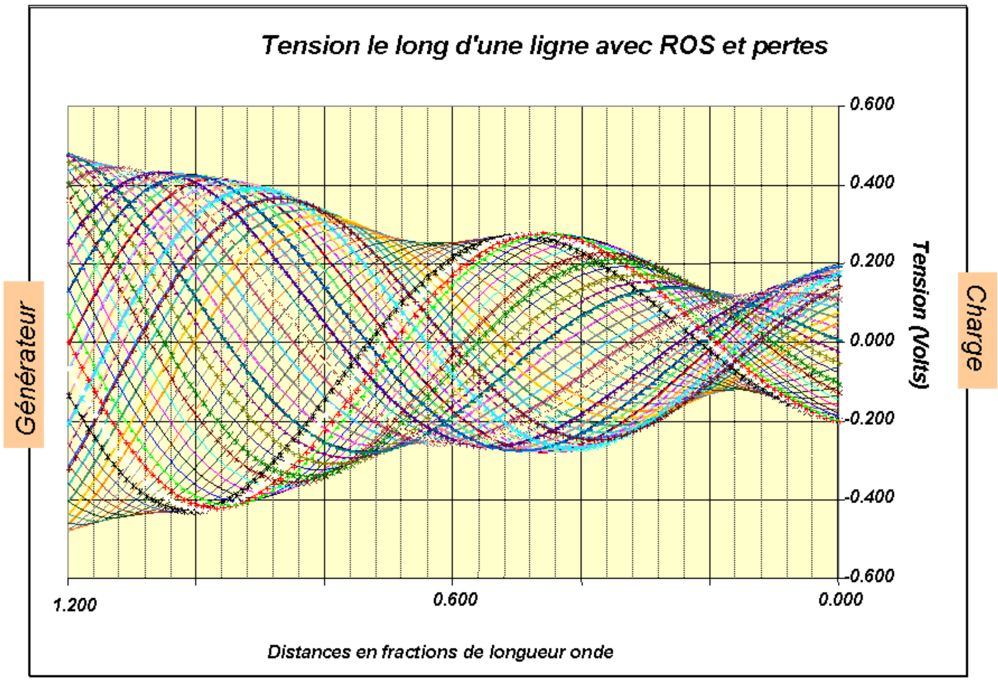




Ligne 50 Ω de longueur 1.5λ fermée sur 50 (Ω) (donc $\Gamma_R = 0$ et $V_r = 0$) et alimentée par 1 V ce qui correspond à $v_i = 0.5V\angle 0°$ (V)

Pr. J.G. Tartarin , 2019

43



Ligne 50 Ω de longueur 1.2λ fermée sur 60-j55 (Ω) → $\Gamma_R = 0.45 \angle -53°$ et alimentée par un générateur d'amplitude 1 V → $v_i = 0.5V\angle -72°$ (V) et $v_r = 0.227 \angle -125°$ (V) (voir TD) et α = 1 Np / λ

Pr. J.G. Tartarin , 2019

44

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

IV-4 Puissance

La principale application d'une ligne de transmission est de pouvoir transporter de la puissance P d'un point (le générateur) à un autre (la charge). Connaissant tension et courant complexes en un point $\mathfrak{z}$ de la ligne, la puissance active susceptible d'être prélevée en ce point est $P(\mathfrak{z}) = (1/2)\mathcal{Re}(vi^*)$ où * dénote le complexe conjugué. En portant dans l'équation précédente les valeurs de v et i données par (25) et (26) dans lesquelles on a posé $\gamma = j\beta$ (pertes supposées nulles donc Z_c réelle), il vient :

$P(\mathfrak{z}) = (1/2)\ \mathcal{Re}\ \{ [v_i\, e^{j\beta\mathfrak{z}}\, (1+ \Gamma_R\, e^{-2j\beta\mathfrak{z}}]\ [v_i^* e^{-j\beta\mathfrak{z}}\, (1- \Gamma_R\, e^{-2j\beta\mathfrak{z}})^*/Z_c]\}$ qui s'écrit encore :

$P(\mathfrak{z}) = [1/(2Z_c)]\ |v_i|^2\ \mathcal{Re}[1 + \Gamma_R\, e^{-2j\beta\mathfrak{z}} - \Gamma_R^* e^{+2j\beta\mathfrak{z}} - |\Gamma_R|^2]$ et finalement $\mathbf{P = [V_i^2/(2Z_c)]\ [\ 1- |\Gamma_R|^2\ ]}$ **(33)**

La variable $\mathfrak{z}$ ne figurant pas dans le membre de droite de (33), la puissance susceptible d'être prélevée ne dépend donc pas de la position (ceci provient de notre hypothèse de perte nulle : en pratique la puissance diminue d'autant plus qu'on s'éloigne du générateur) mais dépend fortement du coefficient de réflexion de la charge Γ_R.

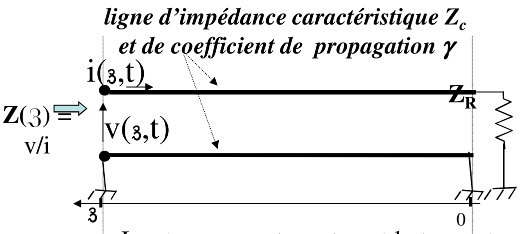
Si la charge est un court circuit ou un circuit ouvert ($|\Gamma_R| = 1$, $\rho\to\infty$, régime d'ondes stationnaires), il n'y pas de puissance susceptible d'être prélevée (partout sur la ligne et en particulier sur la charge) : ce régime de fonctionnement ne présente donc aucun intérêt pratique.

Par contre lorsque $|\Gamma_R| = 0$ ($\rho = 1$), donc $Z_R = Z_c$, on peut prélever partout une même puissance maximale (y compris sur la charge) : on dit alors que la *charge est adaptée.* C'est ce régime de fonctionnement que l'on cherche en général toujours à obtenir en pratique : il correspond à $\rho = 1$, c'est-à-dire à l'absence d'ondes stationnaires réfléchies. On parle dans ce cas d'un régime d'ondes progressives puisque il n'y pas de signal réfléchi ($\Gamma_R = 0$).

Notons enfin que d'après (33) : $P = [V_i^2/(2Z_c)]\ [\ 1- |\Gamma_R|\ ]\ [\ 1+ |\Gamma_R|\ ]$ soit en remplaçant $|\Gamma_R|$ par V_r/V_i :

$\mathbf{P} = [V_i^2/(2Z_c)][\ (V_i-V_r)/V_i\ ][\ (V_i+V_r)/V_i\ ] = [(V_i+V_r)^2/(2Z_c)][\ (V_i-V_r)\ /\ (V_i+V_r)\ ] = \mathbf{[(V_{max})^2/\ (2Z_c)][1/\ \rho]}$ **(33 bis)**

Cette relation est importante en pratique : elle indique par exemple que sur une ligne 50 Ω fonctionnant sous un ROS de 3 et susceptible de fournir une puissance de 5 W, la tension maximale peut atteindre $[\ (2Z_c\rho)]^{1/2} = 38.7$ *V*

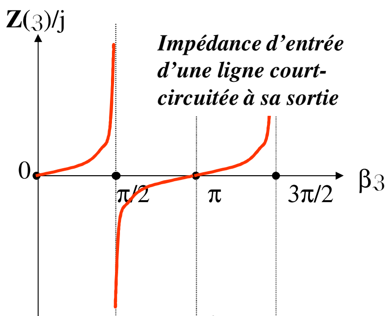


IV-5 Impédance

L'impédance à la fréquence f en un point $\mathfrak{z}$ de la ligne fermée sur Z_R est simplement $\mathbf{Z}(\mathfrak{z},t) = v(\mathfrak{z},t) / i(\mathfrak{z},t)$.

En remplaçant v et i par leurs valeurs données par les équations (25) et (26), il vient :

$\mathbf{Z}(\mathfrak{z},t) = \{v_i\, e^{\gamma\mathfrak{z}}\, (1+ \Gamma_R e^{-2\gamma\mathfrak{z}})\, e^{j\omega t}\}/\{v_i\, e^{\gamma\mathfrak{z}}\, (1-\Gamma_R\, e^{-2\gamma\mathfrak{z}})e^{j\omega t}/Z_c\}$



Les termes contenant v_i et le temps t se simplifient ce qui prouve que l'impédance est indépendante de ces deux variables. En remplaçant dans l'équation précédente Γ_R par sa valeur (21), il vient finalement :

$Z(\mathfrak{z}) = Z_c\{\ [1+z_R + (z_R-1)\ e^{-2\gamma\mathfrak{z}}]\ /\ [1+z_R - (z_R-1)\ e^{-2\gamma\mathfrak{z}}]\ \}$ soit

$\mathbf{Z(\mathfrak{z})/Z_c\ =\ [th(\gamma\mathfrak{z})+z_R]\ /\ [1+z_R th(\gamma\mathfrak{z})]}$ **(34)** car $th(\gamma\mathfrak{z})=(1-e^{-2\gamma\mathfrak{z}})/(1+e^{-2\gamma\mathfrak{z}})$.

Dans le cas d'une ligne à perte nulle où $\gamma = j\beta$, alors $sh(\gamma\mathfrak{z}) = j\sin(\beta\mathfrak{z})$ et $ch(\gamma\mathfrak{z}) = \cos(\beta\mathfrak{z})$ si bien que :

$Z(\mathfrak{z})/Z_c = [j\sin(\beta\mathfrak{z}) + z_R \cos(\beta\mathfrak{z})]\ /\ [\cos(\beta\mathfrak{z}) + jz_R \sin(\beta\mathfrak{z})]$ d'où :

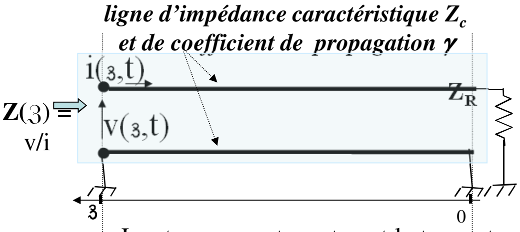
$\mathbf{Z(\mathfrak{z})/Z_c = z(\mathfrak{z}) = [z_R + jtg(\beta\mathfrak{z})]\ /\ [1+jz_R tg(\beta\mathfrak{z})]}$ **(35)**

Pour une ligne *quart d'onde* de longueur $\mathfrak{z} = \lambda/4$ alors $\beta\mathfrak{z} = \pi/2$ et $Z(\mathfrak{z})/Z_c = 1/z_R$ d'où $\mathbf{Z_R Z(\mathfrak{z}) = Z_c^2}$ **(36)** appelée équation du *transformateur* quart d'onde qui *transforme* une impédance Z_R en $Z(\mathfrak{z})$ (CC ↔ CO par exemple)

Lorsque la ligne est chargée par $Z_R = Z_c$ alors $z_R = 1$ et $z(\mathfrak{z}) = 1$ donc $Z(\mathfrak{z}) = Z_c$, $\forall\mathfrak{z}$: l'impédance devient indépendante de la position et ceci est un cas très important en pratique (voir IV-4)

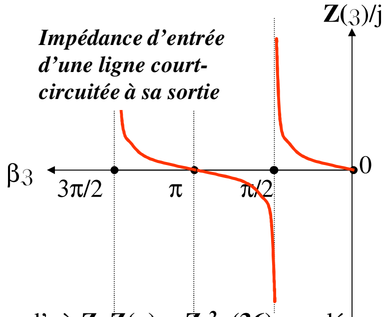
Si $Z_R = 0$ (ligne court-circuitée, CC) alors $Z(\mathfrak{z}) = jZ_c tg(\beta\mathfrak{z})$ et les évolutions de $Z(\mathfrak{z})/j$ en fonction de $\beta\mathfrak{z}$ sont illustrées ci-dessus. Notons que pour $0 \leq \beta\mathfrak{z} \leq \pi/2$, alors $Z(\mathfrak{z})/j$ est positif ce qui traduit un comportement *selfique* (la ligne se comporte comme une self inductance de valeur $Z_c[tg(\beta\mathfrak{z})]/\omega$ dépendante de la fréquence) et que pour $\pi/2 \leq \beta\mathfrak{z} \leq \pi$ le comportement est celui d'une *capacité* de valeur $-1/\{Z_c\omega[tg(\beta\mathfrak{z})]\}$, toujours dépendante de la fréquence.

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr



IV-5 Impédance

L'impédance à la fréquence f en un point z de la ligne fermée sur Z_R est simplement $\mathbf{Z}(z,t) = v(z,t) / i(z,t)$.
En remplaçant v et i par leurs valeurs données par les équations (25) et (26), il vient :
$\mathbf{Z}(z,t) = \{v_i\, e^{\gamma z}\, (1+ \Gamma_R e^{-2\gamma z})\, e^{j\omega t}\}/\{v_i\, e^{\gamma z}\, (1-\Gamma_R\, e^{-2\gamma z}) e^{j\omega t}/Z_c\}$



Les termes contenant v_i et le temps t se simplifient ce qui prouve que l'impédance est indépendante de ces deux variables. En remplaçant dans l'équation précédente Γ_R par sa valeur (21), il vient finalement :

$Z(z) = Z_c\{\, [1+z_R +(z_R-1)\, e^{-2\gamma z}] \,/\, [1+z_R - (z_R-1)\, e^{-2\gamma z}]\, \}$ soit

$\mathbf{Z(z)/Z_c = [th(\gamma z)+z_R] \,/\, [1+z_R th(\gamma z)]}$ **(34)** car $th(\gamma z)=(1-e^{-2\gamma z})/(1+e^{-2\gamma z})$.

Dans le cas d'une ligne à perte nulle où $\gamma = j\beta$, alors $sh(\gamma z) = j\sin(\beta z)$ et $ch(\gamma z) = \cos(\beta z)$ si bien que :

$Z(z)/Z_c = [j\sin(\beta z) + z_R \cos(\beta z)] / [\cos(\beta z) + jz_R \sin(\beta z)]$ d'où :

$\mathbf{Z(z)/Z_c = z(z) = [z_R + j tg(\beta z)] / [1+jz_R tg(\beta z)]}$ **(35)**

<u>Pour une ligne *quart d'onde* de longueur $z = \lambda/4$</u> alors $\beta z = \pi/2$ et $Z(z)/Z_c = 1/z_R$ d'où $\mathbf{Z_R Z(z) = Z_c^2}$ **(36)** appelée équation du *transformateur* quart d'onde qui *transforme* une impédance Z_R en $Z(z)$ (CC ↔ CO par exemple)
<u>Lorsque la ligne est chargée par $Z_R = Z_c$</u> alors $z_R = 1$ et $z(z) = 1$ donc $Z(z) = Z_c$, $\forall z$: l'impédance devient indépendante de la position et ceci est un cas très important en pratique (voir IV-4)
<u>Si $Z_R = 0$ (ligne court-circuitée, CC)</u> alors $Z(z) = jZ_c tg(\beta z)$ et les évolutions de $Z(z)/j$ en fonction de βz sont illustrées ci-dessus. Notons que pour $0 \leq \beta z \leq \pi/2$, alors $Z(z)/j$ est positif ce qui traduit un comportement *selfique* (la ligne se comporte comme une self inductance de valeur $Z_c[tg(\beta z)]/\omega$ dépendante de la fréquence) et que pour $\pi/2 \leq \beta z \leq \pi$ le comportement est celui d'une *capacité* de valeur $-1/\{Z_c\omega[tg(\beta z)]\}$, toujours dépendante de la fréquence.

IV-6 Ligne de transmission chargée en régime sinusoïdal : <u>résultats à se rappeler</u>

$\mathbf{Z_c = [(R+jL\omega)/(G+jC\omega)]^{1/2}}$ (15) est l'*impédance caractéristique* ($\omega = 2\pi f$)
$\mathbf{\gamma = \alpha + j\beta = [(R+jL\omega)\,(G+jC\omega)]^{1/2}}$ (8) est le *coefficient de propagation* où
α est le *coefficient d'atténuation linéique* : $\mathbf{\alpha = R/(2Z_c) + GZ_c/2}$ (16)
et $\mathbf{\beta = 2\pi/\lambda}$ le *coefficient de déphasage linéique* où $\mathbf{\lambda = v/f}$ est la *longueur d'onde*
et v la *vitesse de propagation de phase*
avec $\mathbf{v = c_0/\varepsilon_r^{1/2} = 1/(LC)^{1/2}}$ (28) si LSP (Ligne Sans Perte) et mode TEM avec $c_0 = 3\ 10^8$ m/s
! Remplacer ε_r par ε_{eff} pour une ligne microbande

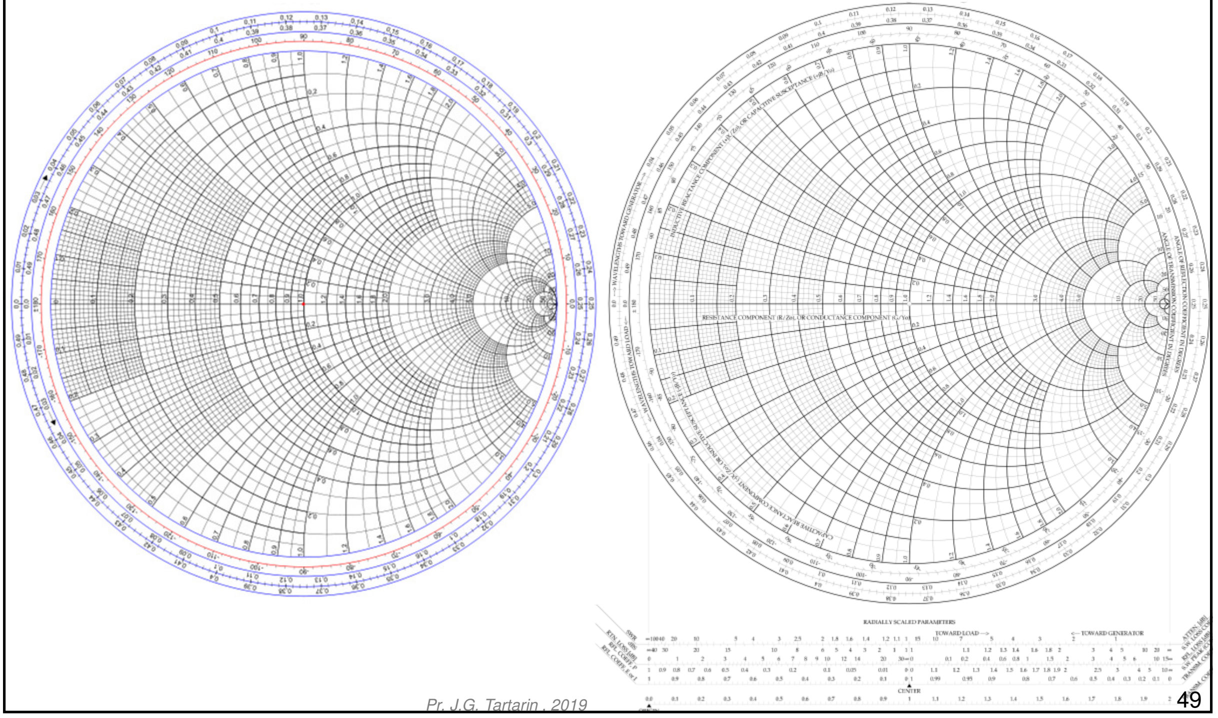
<u>Tension et courant le long d'une ligne s'écrivent (**origine z sur charge**):</u>
$v(z,t) = v(z)\, e^{j\omega t}$ avec $\mathbf{v(z) = v_i\, e^{\gamma z}\, (1 + \Gamma_R e^{-2\gamma z})}$ (25)
$i(z,t) = i(z)\, e^{j\omega t}$ avec $\mathbf{i(z) = v_i\, e^{\gamma z}\, (1 - \Gamma_R e^{-2\gamma z}) / Z_c}$ (26)
où $\mathbf{\Gamma_R = (z_R-1)/(z_R+1)}$ (21) avec $z_R = Z_R/Zc$, est le *coefficient de réflexion de la charge* $0 \leq |\Gamma_R| \leq 1$
(si $\mathcal{Re}(Z_R) > 0$) et $\rho = (1+|\Gamma_R|) / (1-|\Gamma_R|)$ (32) est le *rapport d'onde stationnaire* avec $1 \leq \rho \leq \infty$

<u>L'impédance le long de la ligne est :</u>
$\mathbf{Z(z) = v(z) / i(z) = Z_c\, [z_R + th(\gamma z)] / [1+ z_R th(\gamma z)]}$ (34) est l'*impédance de la ligne en z*
et **devient** $\mathbf{Z(z) = Z_c\, [z_R + j tg(\beta z)] / [1+ jz_R tg(\beta z)]}$ (35) **pour une ligne sans perte**
$\mathbf{z(z) = Z(z)/Z_c}$ est l'*impédance réduite z en z*
Une ligne d'impédance caractéristique Z_c *est adaptée* si elle est fermée sur une *charge adaptée* $Z_R = Z_c$ qui permet d'obtenir $Z(z) = Z_c$, $\forall z$ et de prélever le maximum de puissance en un point quelconque de la ligne
$Z(\lambda/4) = Z_c^2/Z_R$ (36) est l'équation de la ligne ou transformateur quart d'onde

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

Welcome to circuit design ! Input/output matching networks



V- ABAQUE DE SMITH

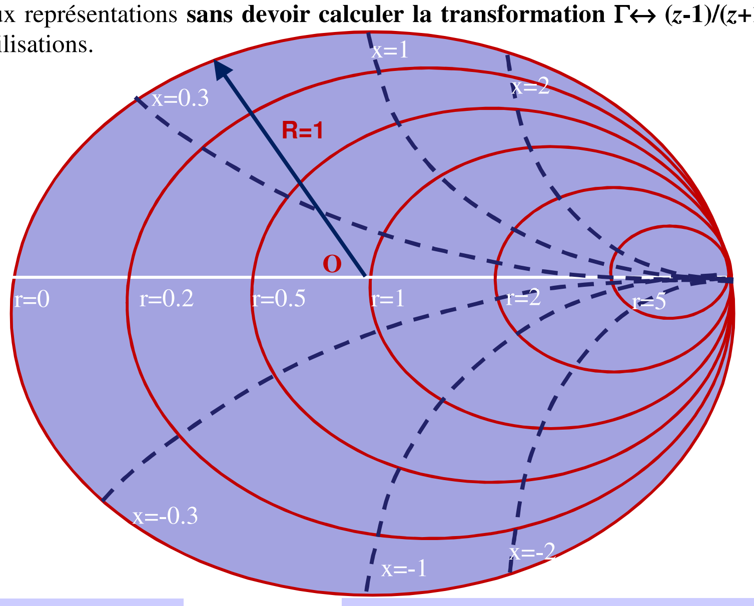
V-1 Principes

Nous avons vu qu'en tout point d'une ligne chargée on pouvait définir soit une impédance réduite $z(\mathfrak{z})$, dont on appellera r et x les parties réelles et imaginaires ($z(\mathfrak{z})$ = r + jx), soit un coefficient de réflexion $\Gamma(\mathfrak{z}) = |\Gamma(\mathfrak{z})|e^{j\phi(\mathfrak{z})}$: l'abaque de Smith est, à la base, une **technique graphique** permettant de passer de l'une (z) à l'autre (Γ) de ces deux représentations **sans devoir calculer la transformation $\Gamma \leftrightarrow (z-1)/(z+1)$** mais elle permet aussi bien d'autres utilisations.

Les principes de construction de l'abaque sont présentés en cours.

$$\Gamma_R = \frac{Z_R - Z_C}{Z_R + Z_C}$$

$$\Gamma_R = \frac{\boxed{Re(Z_R) - Z_C} + \boxed{jIm(Z_R)}}{\boxed{Re(Z_R) + Z_C} + \boxed{jIm(Z_R)}}$$



Cercles à partie imaginaire x constante - - -

Cercles à partie réelle r constante ——

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS & Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

V- ABAQUE DE SMITH

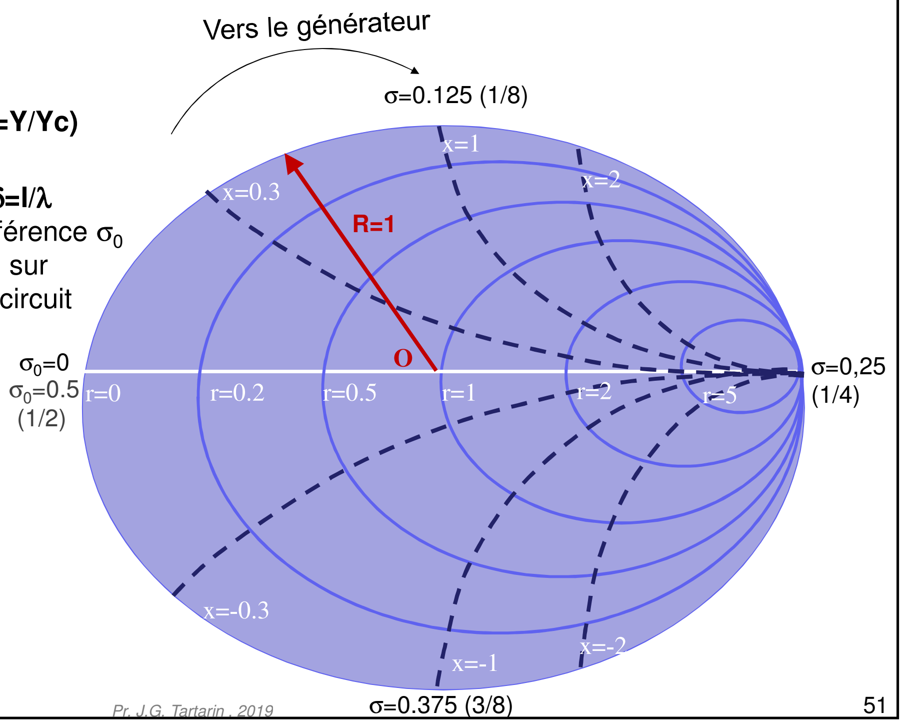
V-1 Principes

Double normation :

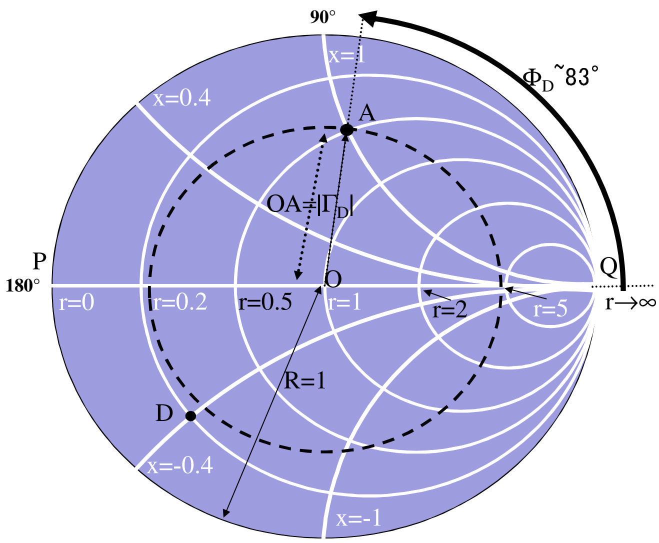
-Z (ou Y) **z=Z/Zc (ou y=Y/Yc)**

-distance (vs lambda) **δ=l/λ**
Nota : la position de référence σ_0 est arbitrairement prise sur le point relatif au court-circuit

$$\Gamma_R = \frac{Z_R - Z_C}{Z_R + Z_C}$$



V-2 Positionnement d'une impédance ou d'un coefficient de réflexion sur l'abaque de Smith



Quel est le point représentatif de $Z_A = 25+50j\ (\Omega)$ pour Z_c=50 Ohms ?
Sur l'abaque ci-contre (il doit être remarqué que son rayon OP = OQ est toujours 1, valeur maximale possible du $|\Gamma|$ d'une impédance à partie réelle positive), le point A (intersection des cercles à partie réelle 0.5 et à partie imaginaire +1) correspond soit à une impédance réduite z_A = 0.5 + 1j donc à $z_d = Z_D/Z_c$ soit à un coefficient de réflexion d'argument Φ_A=83° et de module $|\Gamma_A|$ = OA/R = 0.62 qui sont l'argument et le module du vecteur OA représentatif du coefficient de réflexion Γ_A de Z_A. Il suffit donc d'un double décimètre pour déterminer le module $|\Gamma_A|$ (on mesure OP et OA en cm : sachant que OP vaut 1, OA s'obtient par une simple règle de trois) et d'un rapporteur pour déterminer l'argument Φ_A (OQ est l'origine des phases). Si la périphérie de l'abaque est graduée en degrés, on peut même se passer du rapporteur !

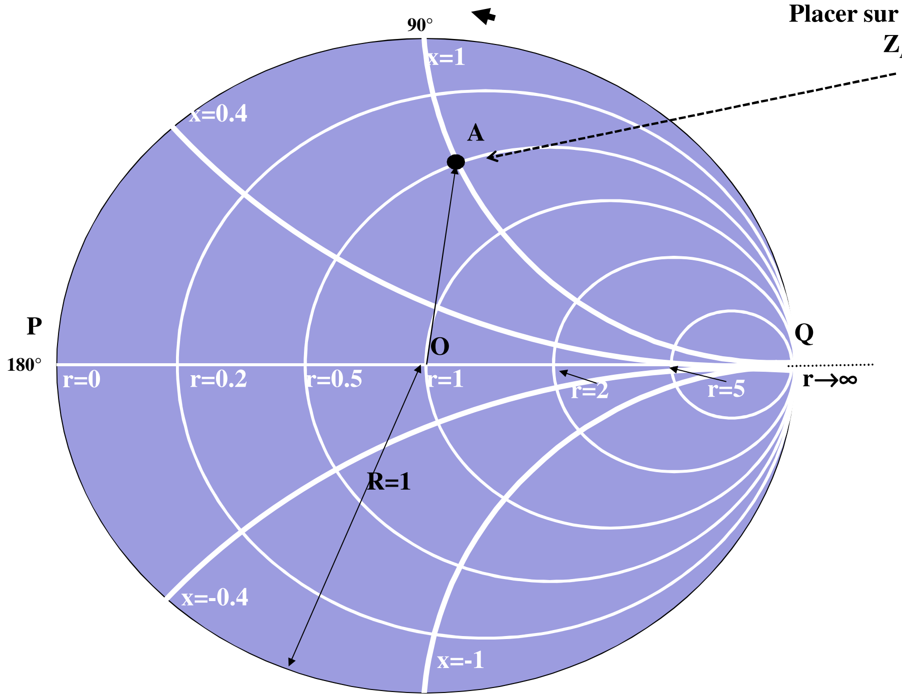
Remarque : on ne représente <u>que</u> des impédances réduites sur abaque de Smith. Ainsi avec $z_D = 0.2 -0.3j$ (sans dimension) (voir point D de l'abaque), il vient $Z_D = 10\text{-}15j\ (\Omega)$ si $Z_c = 50\ \Omega$.

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

V-2 Suite

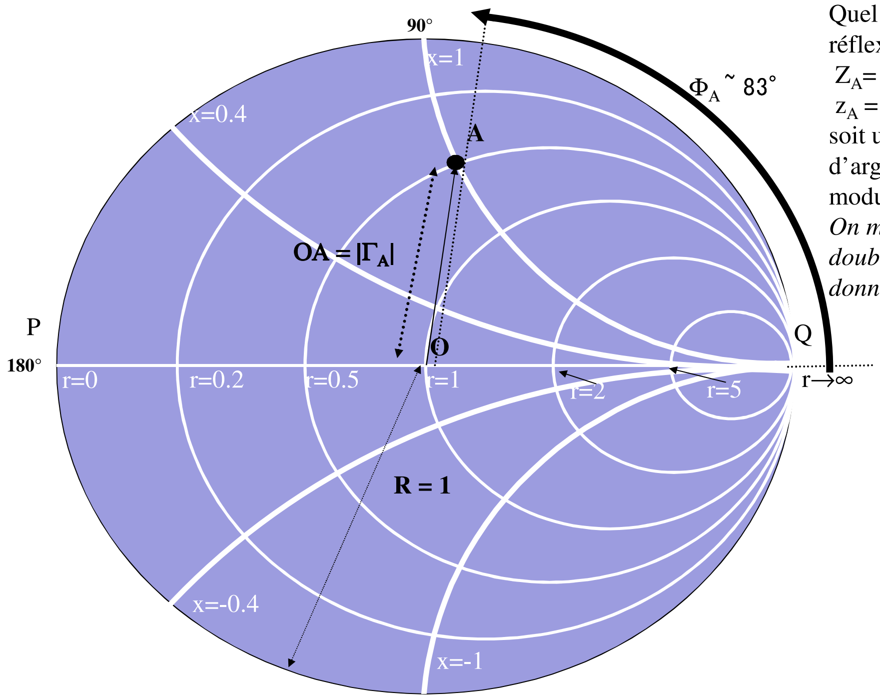
Placer sur l'abaque ($Z_c = 50\ \Omega$) :
$Z_A = 25 + 50j\ (\Omega)$
$z_A = 0.5 + 1j$



Pr. J.G. Tartarin, 2019

53

V-2 Suite



Quel est le coefficient de réflexion $|\Gamma_A|\exp(j\Phi_A)$ de
$Z_A = 25 + 50j\ (\Omega)$
$z_A = 0.5 + 1j$
soit un coefficient de réflexion d'argument $\Phi_A = 83°$ et de module $|\Gamma_A| = OA/R = 0.62$
On mesure OA puis R avec un double décimètre et le quotient donne $|\Gamma_A|$.

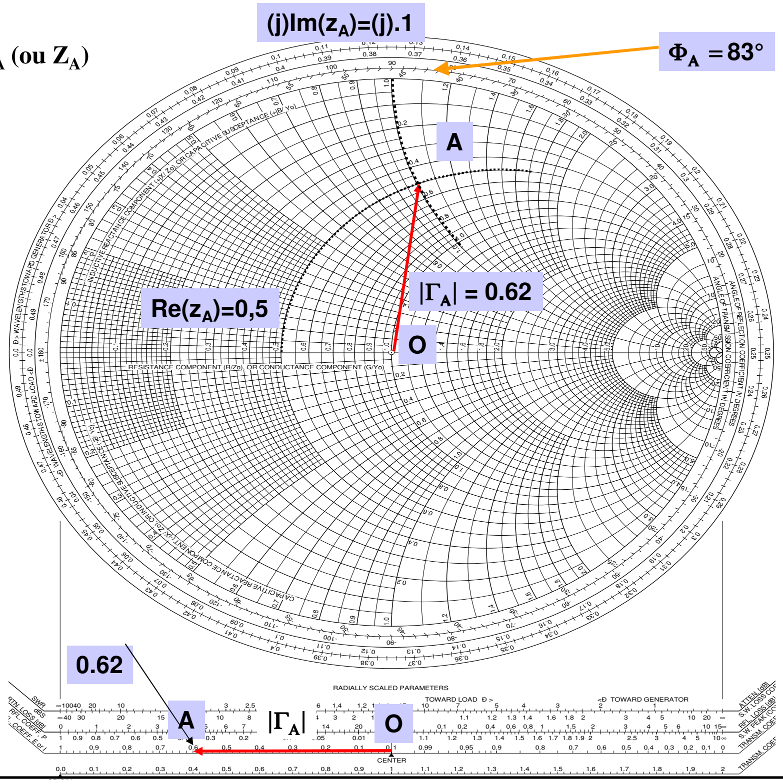
Pr. J.G. Tartarin, 2019

54

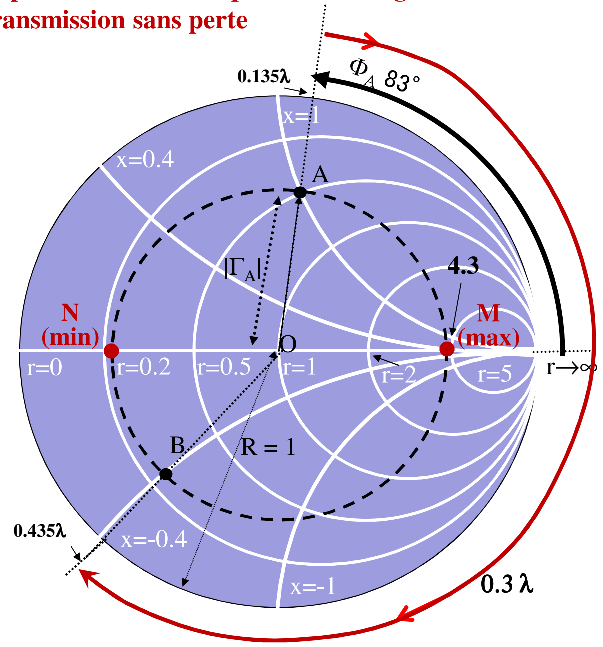
Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

V-2 Suite

Passage de Γ_A à z_A (ou Z_A)



V-3 Utilisation de l'abaque de Smith pour l'analyse des impédances en divers points d'une ligne de transmission sans perte



4- le point M correspond à un maximum de tension sur la ligne et N à un minimum

Supposons maintenant que z_A est l'impédance de charge réduite fermant une ligne d'impédance caractéristique Z_c: le cercle de centre O passant par A (dit cercle à ROS constant) coupe l'axe des r en ρ ou 1/ρ (les graduations r > 1 se confondent avec ρ et r < 1 avec 1/ρ, voir démonstration en cours) :

on en déduit immédiatement ρ ~ 4.3

Dans ce cas quelle est l'impédance z_B en un point de la ligne (supposée sans perte) se trouvant à 3 cm de la charge si la longueur d'onde λ sur la ligne est 10 cm ? Pour répondre à cette question, il suffit de se rappeler :

1- que le lieu des impédances des points d'une LSP est le cercle à ROS constant correspondant,

2- que l'on se déplace dans le sens trigonométrique inverse lorsqu'on s'éloigne de la charge,

3- qu'un demi tour d'abaque représente 0.25 λ.

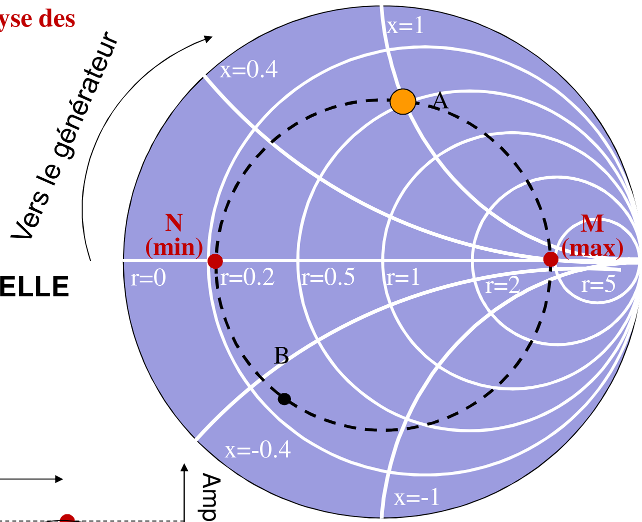
Dans ces conditions, pour aboutir en B, il faut tourner de 3/10λ = 0.3λ à partir de A dans le sens trigonométrique inverse (la périphérie de l'abaque est toujours graduée en fractions de λ) si bien que :

$z_B \sim 0.27\text{-}0.4j$

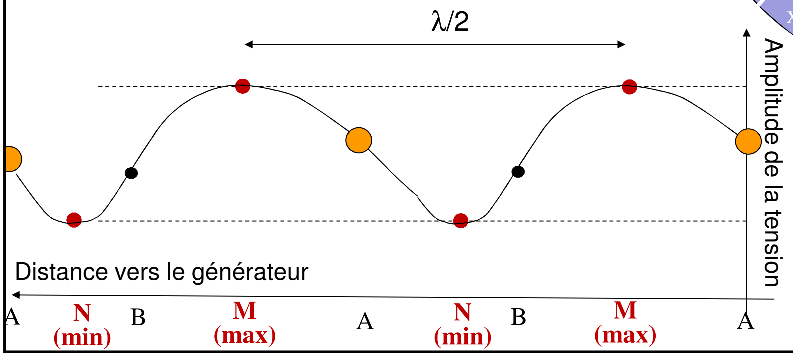
et bien d'autres applications sont possibles (voir TD)….

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

V-3 Utilisation de l'abaque de Smith pour l'analyse des impédances en divers points d'une ligne de transmission sans perte

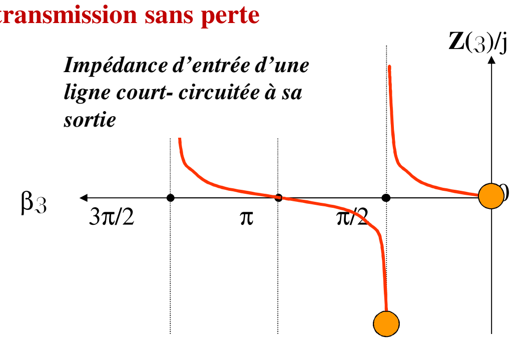


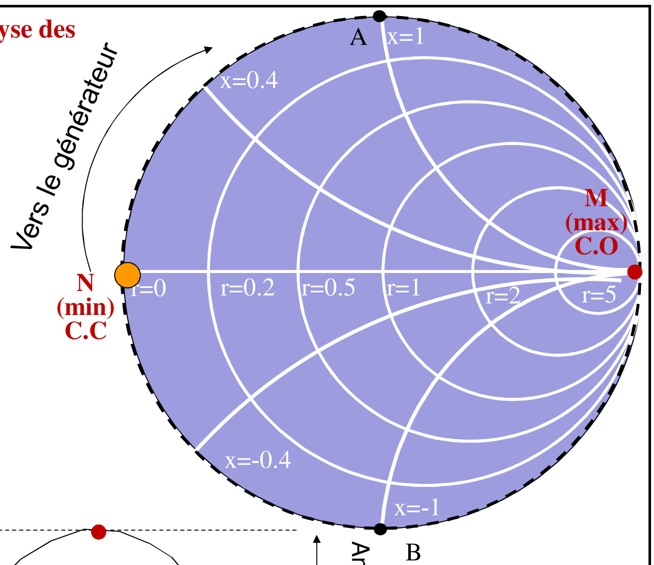
CAS D'UNE DESADAPTATION PARTIELLE



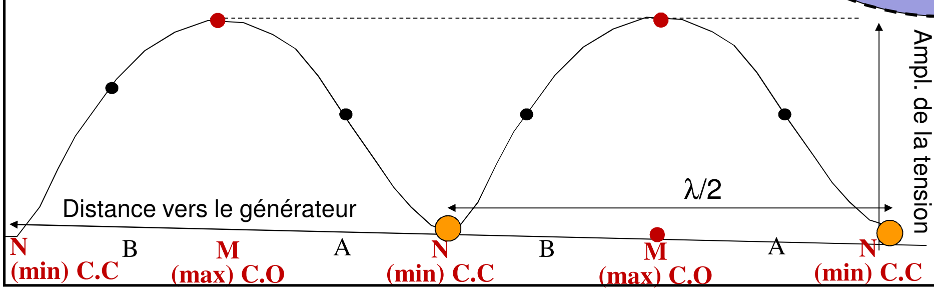
Pr. J.G. Tartarin , 2019 57

V-3 Utilisation de l'abaque de Smith pour l'analyse des impédances en divers points d'une ligne de transmission sans perte





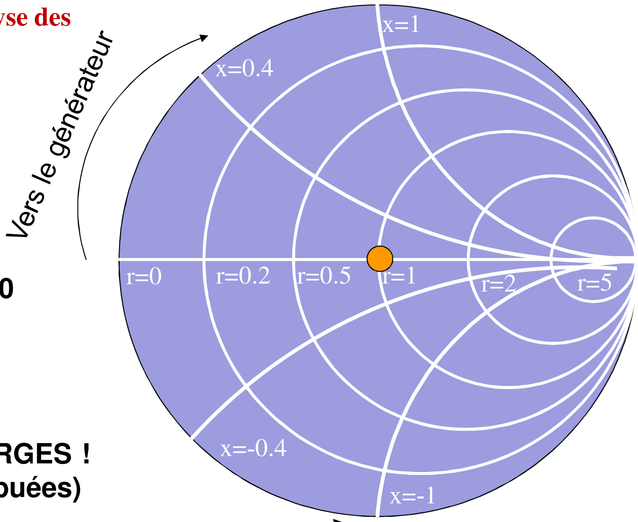
CAS D'UNE DESADAPTATION TOTALE



Pr. J.G. Tartarin , 2019 58

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

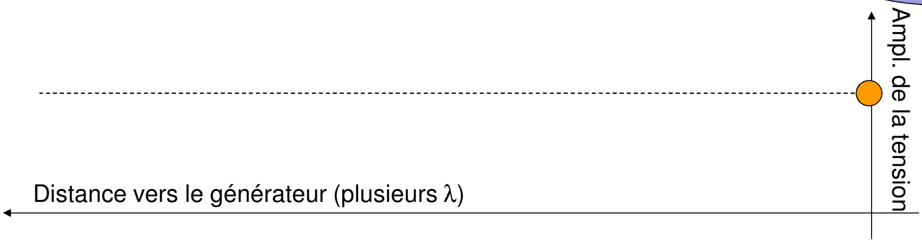
V-3 Utilisation de l’abaque de Smith pour l’analyse des impédances en divers points d’une ligne de transmission sans perte



CAS D’UNE ADAPTATION PARFAITE Γ=0

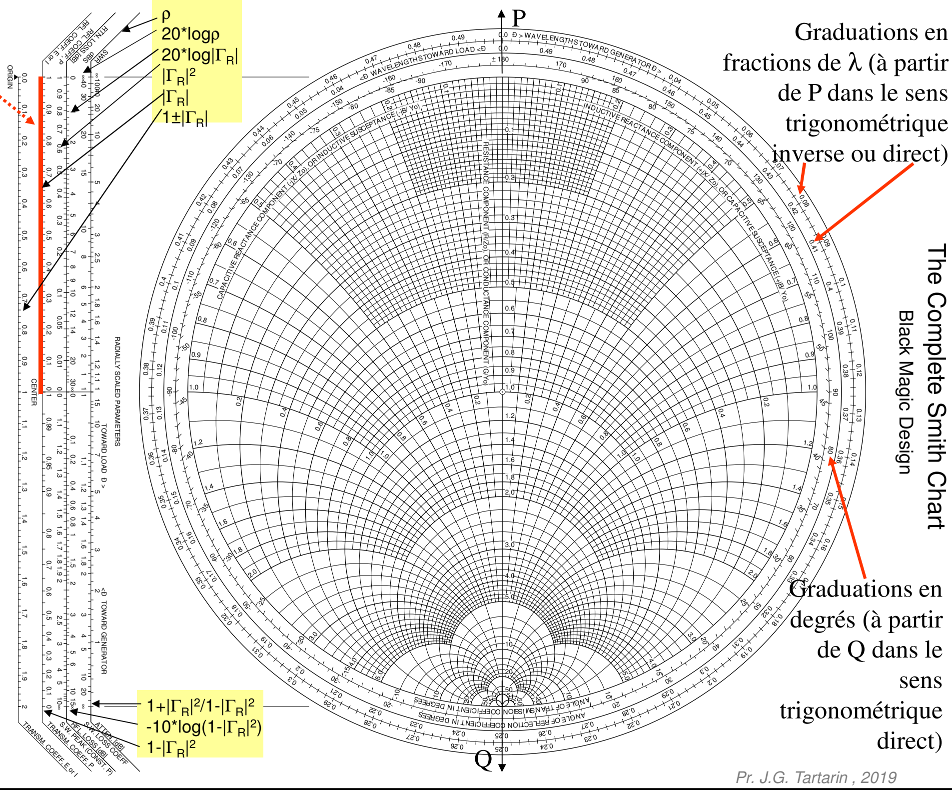
(Z_{ch}=Z_C)

DONC INTERET D’ADAPTER LES CHARGES !
(SMITH, techniques localisées et distribuées)



V-4

Echelle à utiliser pour convertir une longueur en un coefficient de réflexion (évite d’avoir à mesurer le rayon de l’abaque et à effectuer une règle de trois)



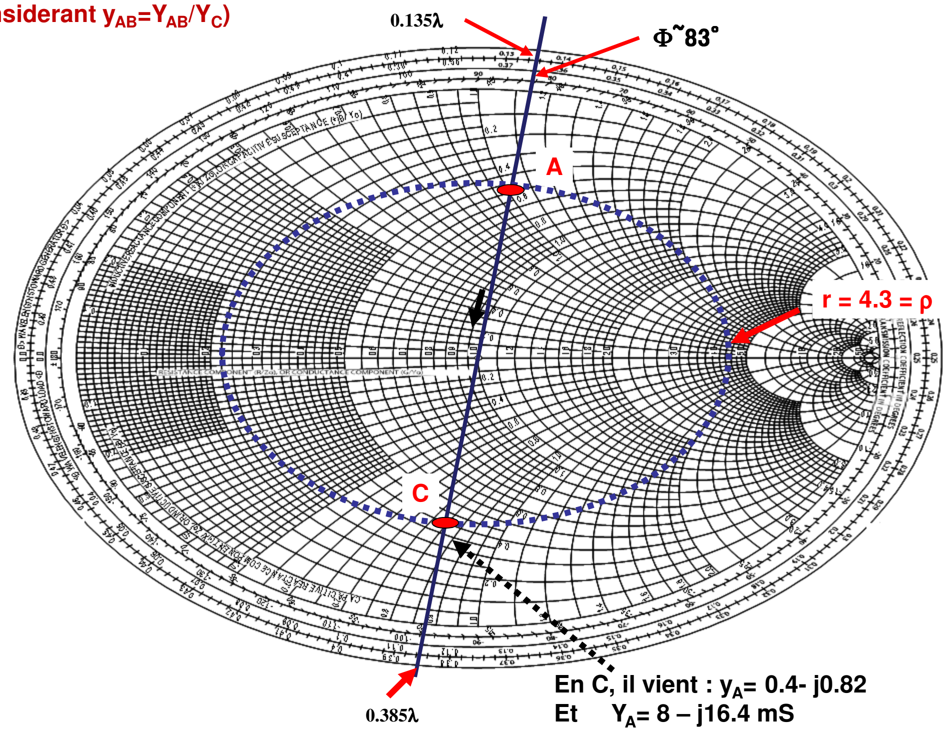
Graduations en fractions de λ (à partir de P dans le sens trigonométrique inverse ou direct)

Graduations en degrés (à partir de Q dans le sens trigonométrique direct)

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

V-5- Déterminer au moyen de l'abaque de Smith, l'admittance $Y_{AB} = 1/Z_{AB}$ (soit $y_{AB} = 1/z_{AB}$ en considerant $y_{AB}=Y_{AB}/Y_C$)



En C, il vient : y_A= 0.4- j0.82
Et Y_A= 8 – j16.4 mS

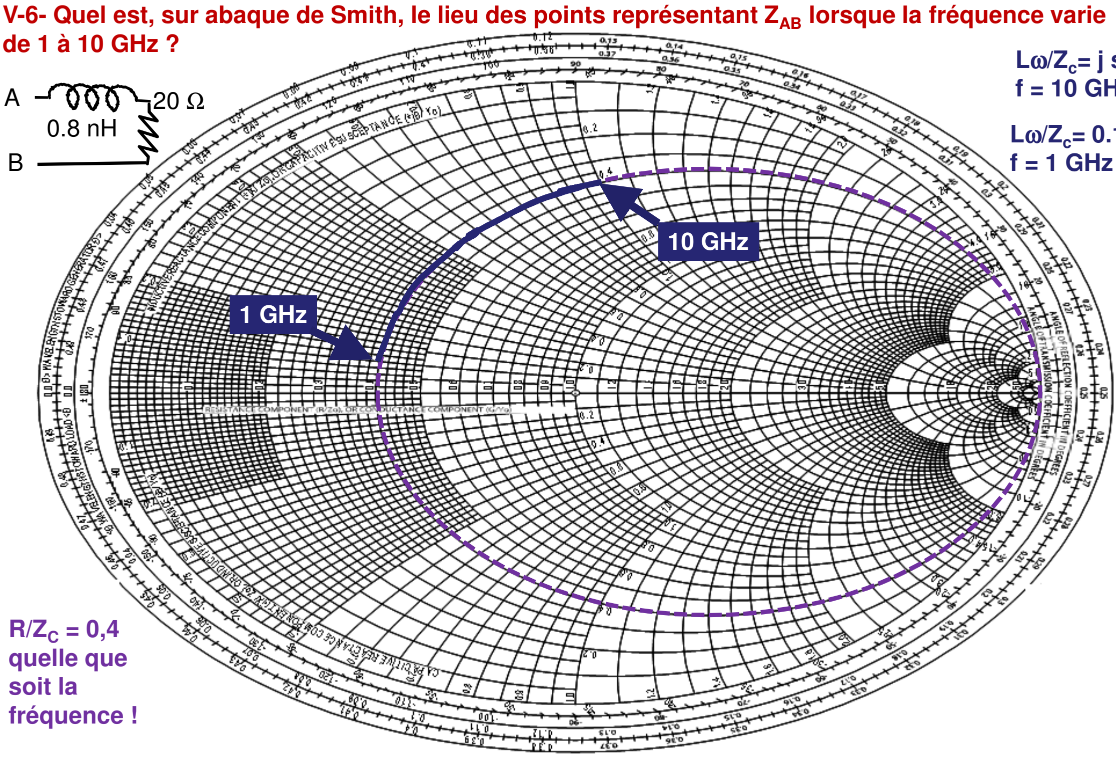
Pr. J.G. Tartarin , 2019

61

V-6- Quel est, sur abaque de Smith, le lieu des points représentant Z_{AB} lorsque la fréquence varie de 1 à 10 GHz ?

$L\omega/Z_c$= j si f = 10 GHz

$L\omega/Z_c$= 0.1j si f = 1 GHz



R/Z_C = 0,4 quelle que soit la fréquence !

Pr. J.G. Tartarin , 2019

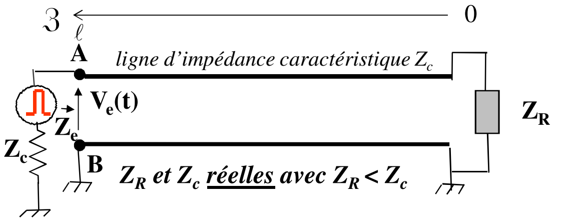
62

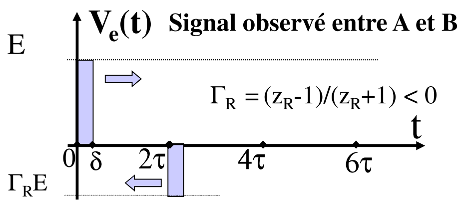
Université de Toulouse

VI- LIGNES en REGIME IMPULSIONNEL

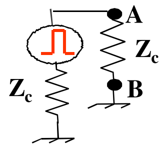
VI-1 Générateur adapté (impédance interne Z_c)

Une seule impulsion d'amplitude 2E et de largeur $\delta << \tau = \ell / v$





Lorsque l'impulsion arrive en AB (on suppose que les connexions entre ligne et générateur sont infiniment courtes et donc que cette arrivée est instantanée), le générateur (qui ignore, du moins le temps que l'impulsion soit éventuellement revenue, quelle est la valeur de Z_R) voit l'entrée Z_{AB} comme une impédance Z_c (impédance caractéristique de la ligne) : on se trouve dans la situation schématisée ci-dessous si bien que $V_{AB} = 2EZ_{AB}/(Z_{AB}+Z_c) = 2EZ_c/(Z_c+Z_c) = E$ et, par suite, une impulsion de hauteur E rentre dans la ligne et y circule de la gauche vers la droite. L'observateur placé en $\mathfrak{z} = \ell$ observe une première fois à t=0, et durant un temps δ, le passage de cette impulsion.



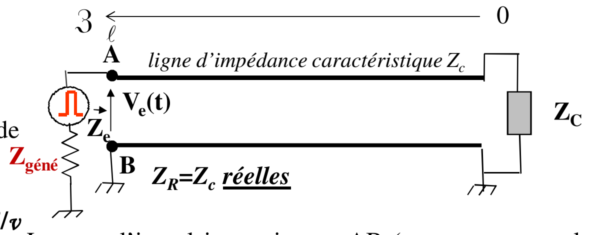
Arrivée en ℓ (donc au temps τ) cette impulsion est réfléchie et sa valeur devient $\Gamma_R E$ (Γ_R est négatif en raison de l'hypothèse $Z_R < Z_c$): elle reprend son mouvement dans la ligne de la droite vers la gauche et au temps τ plus tard (donc au total 2τ depuis le départ) se retrouve en AB où elle peut à nouveau être observée durant δ. Elle parvient ensuite instantanément sur le générateur dont le coefficient de réflexion Γ_G est $(z_G-1)/(z_G+1)$ avec $z_G = Z_G/Z_c = Z_c/Z_c = 1$ donc $\Gamma_G = 0$: l'impulsion est alors entièrement absorbée par l'impédance du générateur et l'observateur n'observe ensuite plus rien, aussi longtemps qu'il attende.

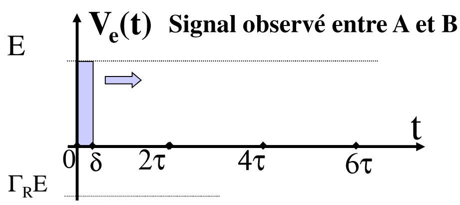
Remarque : une charge non réelle aurait entrainée un Γ_R dépendant de la fréquence et donc une déformation de l'impulsion réfléchie.

VI- LIGNES en REGIME IMPULSIONNEL

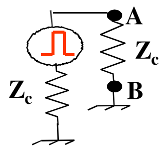
VI-1 Générateur adapté (impédance interne Z_c)

Une seule impulsion d'amplitude 2E et de largeur $\delta << \tau = \ell / v$





Lorsque l'impulsion arrive en AB (on suppose que les connexions entre ligne et générateur sont infiniment courtes et donc que cette arrivée est instantanée), le générateur (qui ignore, du moins le temps que l'impulsion soit éventuellement revenue, quelle est la valeur de Z_R) voit l'entrée Z_{AB} comme une impédance Z_c (impédance caractéristique de la ligne) : on se trouve dans la situation schématisée ci-dessous si bien que $V_{AB} = 2EZ_{AB}/(Z_{AB}+Z_c) = 2EZ_c/(Z_c+Z_c) = E$ et, par suite, une impulsion de hauteur E rentre dans la ligne et y circule de la gauche vers la droite. L'observateur placé en $\mathfrak{z} = \ell$ observe une première fois à t=0, et durant un temps δ, le passage de cette impulsion.



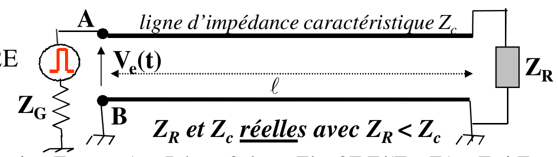
Arrivée en ℓ (donc au temps τ) cette impulsion est réfléchie et sa valeur devient $\Gamma_R E$ (Γ_R est négatif en raison de l'hypothèse $Z_R < Z_c$): elle reprend son mouvement dans la ligne de la droite vers la gauche et au temps τ plus tard (donc au total 2τ depuis le départ) se retrouve en AB où elle peut à nouveau être observée durant δ. Elle parvient ensuite instantanément sur le générateur dont le coefficient de réflexion Γ_G est $(z_G-1)/(z_G+1)$ avec $z_G = Z_G/Z_c = Z_c/Z_c = 1$ donc $\Gamma_G = 0$: l'impulsion est alors entièrement absorbée par l'impédance du générateur et l'observateur n'observe ensuite plus rien, aussi longtemps qu'il attende.

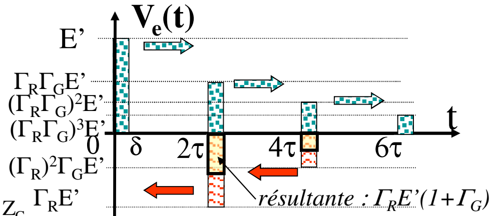
Remarque : une charge non réelle aurait entrainée un Γ_R dépendant de la fréquence et donc une déformation de l'impulsion réfléchie.

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS & Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

VI-2 Générateur désadapté (impédance interne $Z_G < Z_c$)

Impulsion d'amplitude 2E et de largeur $\delta << \tau = \ell / v$





Le générateur « voit » Z_c entre A et B à t = 0 donc $E' = 2Z_cE/(Z_G+Z_c) > E$ si $Z_G < Z_C$

Dés que le temps d'observation est au moins de 2τ (c'est-à-dire le temps d'un aller retour), intervient la superposition et donc recombinaison des impulsions réfléchies par la charge avec $\Gamma_R = (z_R\text{-}1)/(z_R\text{+}1)$ et de celles réfléchies par le générateur avec $\Gamma_G = (z_G\text{-}1)/(z_G\text{+}1)$. Dans cet exemple $\Gamma_R < 0$ soit $Z_R < Z_C$ et $\Gamma_G < 0$ donc $Z_G < Z_C$.

On suppose, par la suite, que la distance entre générateur et entrée de la ligne est très faible donc que la réflexion, sur le générateur, des impulsions sortant de la ligne est instantanée : sinon les impulsions incidentes et réfléchies seraient décalées et pourraient ne plus se recombiner ou se recombiner différemment.

Au temps 2τ, l'observateur observe le passage simultané d'une impulsion venant de la droite d'amplitude $\Gamma_R E'$ et d'une autre venant de la gauche (qui est en fait la précédente réfléchie instantanément par le générateur) d'amplitude $\Gamma_G(\Gamma_R E')$: il en observe, en fait, qu'une seule résultant de la composition des deux précédentes et qui est donc d'amplitude $\Gamma_R E'(1+\Gamma_G)$.

Au temps 4τ, l'impulsion $\Gamma_G\Gamma_R E'$ renvoyée par le générateur au temps 2τ, et qui a été ensuite réfléchie par la charge si bien que son amplitude est devenue $(\Gamma_R)^2\Gamma_G E'$, se retrouve en AB venant de la droite. Elle est à nouveau réfléchie par le générateur et repart instantanément vers la droite avec une amplitude $(\Gamma_R\Gamma_G)^2E'$. L'observateur observe en fait, au temps 4τ, une seule impulsion résultant de la composition des deux précédentes et qui est donc d'amplitude $(\Gamma_R)^2\Gamma_G E'(1+\Gamma_G)$….puis le phénomène se poursuit.

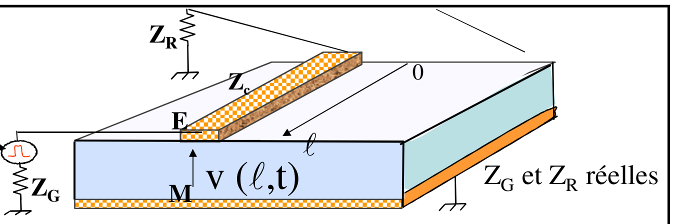
Remarque : l'amplitude de l'impulsion observée au temps 2nτ varie selon celle des termes d'ordre n-1 d'une progression géométrique de raison $\Gamma_R\Gamma_G$:

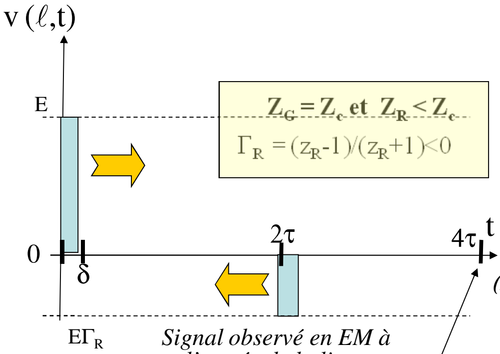
$$\Gamma_R E'(1+\Gamma_G)[1+ \Gamma_R\Gamma_G + (\Gamma_R\Gamma_G)^2 + (\Gamma_R\Gamma_G)^3 + \dots (\Gamma_R\Gamma_G)^{n-1}]$$

Au temps 2τ, on ne considère que le terme entre crochets de puissance 0; au temps 4τ que celui de puissance 1, etc….. La hauteur de l'impulsion en 8τ est donc $\Gamma_R E'(1+\Gamma_G)(\Gamma_R\Gamma_G)^3$: l'impulsion diminue progressivement avant de disparaître d'autant plus rapidement que $|\Gamma_R|$ et $|\Gamma_G|$ sont proches de 0.

Lignes en régime impulsionnel (suite)

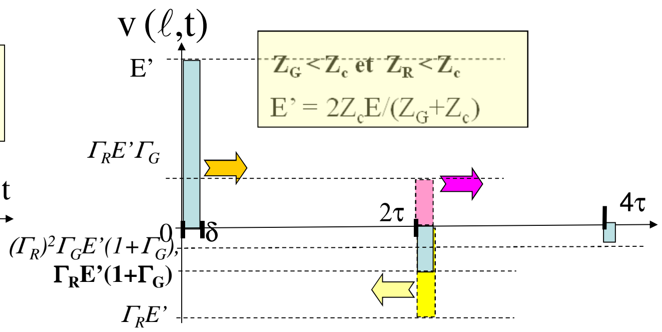
Impulsion d'amplitude 2E et de durée $\delta << \tau = \ell / v$ où τ est le temps que met l'impulsion pour parcourir la ligne de longueur ℓ





Signal observé en EM à l'entrée de la ligne

Plus aucune impulsion au-delà de 2τ



Signal observé en EM à l'entrée de la ligne A : l'amplitude de la iéme impulsion réfléchie varie en $(\Gamma_G\Gamma_R)^{i-1}\Gamma_R E'(1+\Gamma_G)$ et diminue d'autant plus vite que Γ_G et Γ_R sont proche de 0. Ce phénomène est dénommé « réflexions multiples ».

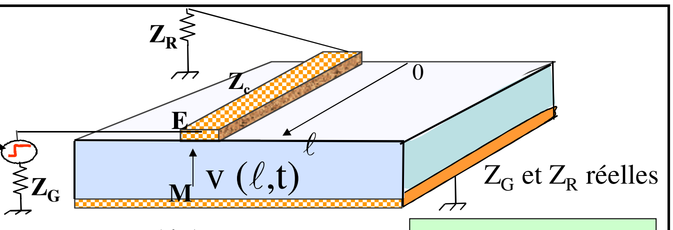
Remarque : une charge ou une impédance de générateur non réelles auraient entrainé un Γ_R ou Γ_G dépendant de la fréquence et donc une déformation de l'impulsion réfléchie.

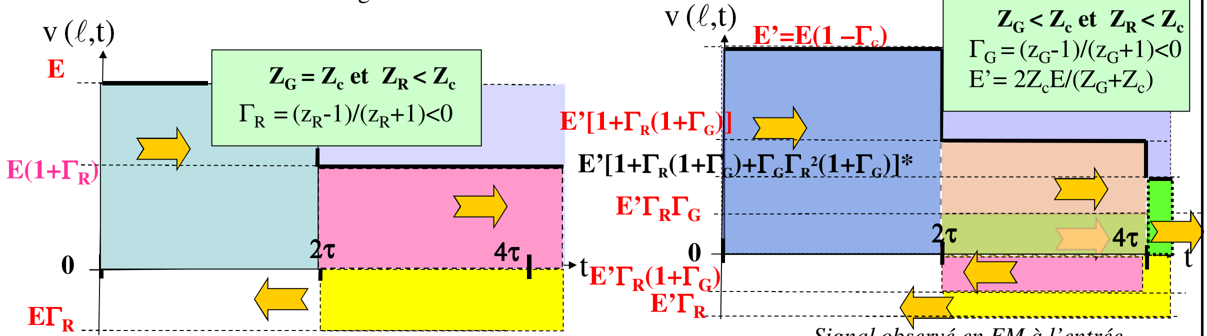
Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

Lignes en régime impulsionnel (suite)

Echelon d'amplitude 2E
et de durée très grande >> $\tau = \ell/v$
où τ est le temps que met
l'impulsion pour parcourir la ligne
de longueur ℓ





Signal observé en EM à l'entrée de la ligne. Au-delà de 2τ, il se stabilise à $E(1+\Gamma_R) = 2E(Z_R)/(Z_R + Z_c)$

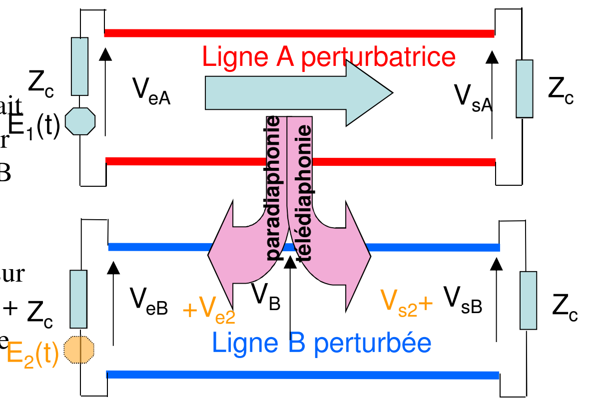
La forme du signal résultant est en traits gras.

Signal observé en EM à l'entrée de la ligne. Au-delà de $n\tau$ ($n >> 1$), il se stabilise à $2E(Z_R)/(Z_R + Z_G)$ (voir remarque)

•Remarque : $V(4\tau) = E' + E'\Gamma_R + E'\Gamma_R\Gamma_G + E'\Gamma_R\Gamma_G\,\Gamma_R + E'\Gamma_R\Gamma_G\,\Gamma_R\,\Gamma_G$
La tension aux bornes du générateur ($t \to \infty$) est donc $V_{(t\to\infty)} = E' + \Gamma_R E'(1+\Gamma_G)[1 + \Gamma_R\Gamma_G + (\Gamma_R\Gamma_G)^2 + (\Gamma_R\Gamma_G)^3 + ..]$ où le terme entre crochets est une progression géométrique de premier terme 1 et raison $\Gamma_R\Gamma_G$ donc de valeur $1/(1-\Gamma_R\Gamma_G)$ =>
$$V_{(t\to\infty)} = E'[1+\Gamma_R(1+\Gamma_G)/(1-\Gamma_R\Gamma_G)] = E[(1+\Gamma_R)(1-\Gamma_G)/(1-\Gamma_R\Gamma_G)] = 2E(Z_R)/(Z_R + Z_G)$$

VII- Lignes couplées

VII-1 Généralités



La ligne B n'est pas alimentée : la tension V_B devrait y être nulle en tous points. Or ce n'est pas le cas car on constate la propagation d'un signal sur la ligne B *non alimentée* et l'existence d'une tension V_B qui prend les valeurs V_{eB} et V_{sB} aux extrémités.
Une fraction du signal transitant sur A passe donc sur B par influence électromagnétique (électrostatique + magnétique). C'est le phénomène de couplage entre lignes ou *diaphonie* : V_{sB} est caractéristique de la *télédiaphonie* et V_{eB} de la *paradiaphonie* (la plus importante).

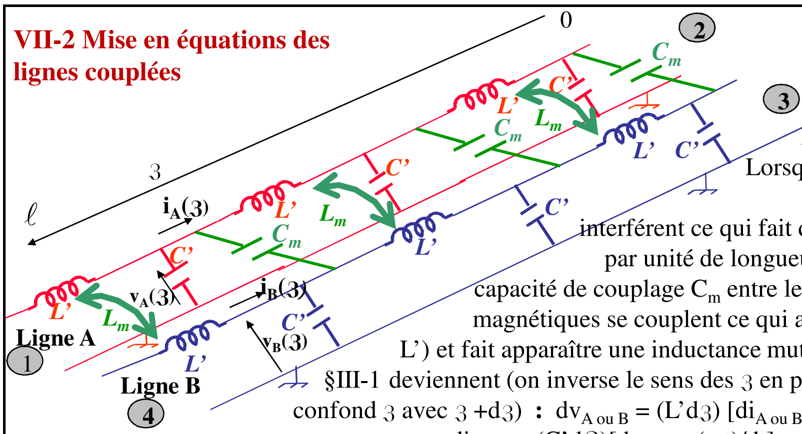
Ce phénomène est *gênant* car la ligne B peut elle-même être alimentée pour transporter un signal donnant des tensions utiles V_{e2} et V_{s2} aux extrémités : lorsque les tensions parasites V_{eB} ou V_{sB} se superposent sur les signaux utiles, elles peuvent les perturber gravement.

Ce phénomène peut aussi être *utile* : la ligne B peut être utilisée comme « capteur » pour prélever et/ou examiner le signal circulant dans A sans le perturber.

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

VII-2 Mise en équations des lignes couplées



Ligne isolée sans perte (rappel) :

$v_1(z) = v_i\, e^{j\beta z} + v_r\, e^{-j\beta z}$

$i_1(z) = (v_i\, e^{j\beta z} - v_r\, e^{-j\beta z}) / Z_c$ avec

$Z_c = (L/C)^{1/2}$, $\beta = \omega(LC)^{1/2}$ et $v = (LC)^{-1/2}$

Lignes couplées identiques sans perte

Lorsqu'on rapproche la ligne A de la ligne B, d'une part leurs champs électriques interférent ce qui fait diminuer la capacité C de la ligne isolée par unité de longueur (qui devient C') et fait apparaître une capacité de couplage C_m entre les deux lignes, d'autre part leurs champs magnétiques se couplent ce qui augmente très légèrement L (qui devient L') et fait apparaître une inductance mutuelle L_m (voir figure). Les équations du §III-1 deviennent (on inverse le sens des z en prenant l'origine sur charge, R=G =0, on confond z avec $z + dz$) : $dv_{A\,ou\,B} = (L'dz)\,[di_{A\,ou\,B}(z,t)/dt] + (L_m dz)\,[di_{B\,ou\,A}(z,t)/dt]$ et

$di_{A\,ou\,B} = (C'dz)[dv_{A\,ou\,B}(z,t)/dt] + (C_m\, dz)\,[dv_{A\,ou\,B}(z,t)/dt - dv_{B\,ou\,A}(z,t)/dt]$

et par conséquent : $di_{A\,ou\,B} = (C''dz)[dv_{A\,ou\,B}(z,t)/dt] - (C_m\, dz)\,[dv_{B\,ou\,A}(z,t)/dt]$ avec $\mathbf{C'' = C' + C_m}$

La résolution (qui sort du cadre de ce cours) de la nouvelle équation des télégraphistes fournit les nouvelles tensions et courants sur chaque ligne:

$v_A(z) = v^+ + v^-$; $i_A(z) = i^+ + i^-$; $v_B(z) = v^+ - v^-$; $i_B(z) = i^+ - i^-$ avec : $v^+ = v_i^+ e^{jz\beta+} + v_r^+ e^{-jz\beta+}$, $i^+ = (v_i^+ e^{jz\beta+} - v_r^+ e^{-jz\beta+})/Z_c^+$, $v^- = v_i^- e^{jz\beta-} + v_r^- e^{-jz\beta-}$ et $i^- = (v_i^- e^{jz\beta-} - v_r^- e^{-jz\beta-})/Z_c^-$

où $\beta^- = \beta'[(1-k_m)(1+k_e)]^{1/2}$ et $\beta^+ = \beta'[(1+k_m)(1-k_e)]^{1/2}$ et $Z_c^+ = Z_c'[(1+k_m)/(1-k_e)]^{1/2}$, $Z_c^- = Z_c'[(1-k_m)/(1+k_e)]^{1/2}$ **(39)**

avec $Z_c' = (L'/C'')^{1/2}$, $\beta' = \omega(L'C'')^{1/2}$ et $k_m = L_m/L'$, $k_e = C_m/C''$ (k_m et k_e sont respectivement les coefficients de couplage électrique et magnétique). De plus $C'' = C' + C_m$ et L', C' et Z_c' sont les valeurs de l'inductance et capacité par unité de longueur ainsi que de l'impédance caractéristique de chaque ligne en présence de l'autre (en pratique C' < C, L' >~ L) ; notons que k_m et k_e sont d'autant plus grands (tout en restant inférieurs à 1) que L_m et C_m sont élevées et donc que les lignes sont proches.

VII-3 Tensions et courants sur lignes couplées

Les expressions de $v_A(z)$ et $v_B(z)$ indiquent une propagation simultanée de deux modes + (pair) ou - (impair). A chaque mode de propagation correspond une valeur de β (donc de v) et une impédance caractéristique différente.

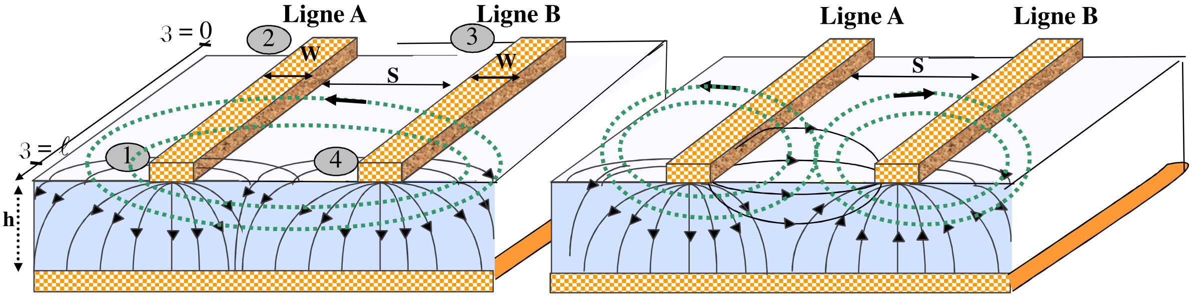
Par exemple la tension sur A est : $v_A(z) = \underbrace{v_i^+ e^{jz\beta+} + v_r^+ e^{-jz\beta+}}_{} + \underbrace{v_i^- e^{jz\beta-} + v_r^- e^{-jz\beta-}}_{}$ **(40)**

et le courant s'écrit : $i_A(z) = \underbrace{(1/Z_c^+)\,(v_i^+ e^{jz\beta+} - v_r^+ e^{-jz\beta+})}_{\textbf{Pair}} + \underbrace{(1/Z_c^-)\,(v_i^- e^{jz\beta-} - v_r^- e^{-jz\beta-})}_{\textbf{Impair}}$ **(40bis)**

et celle sur B est : $v_b(z) = v_i^+ e^{jz\beta+} + v_r^+ e^{-jz\beta+} - (v_i^- e^{jz\beta-} + v_r^- e^{-jz\beta-})$ **(41)**

et le courant s'écrit : $i_B(z) = (1/Z_c^+)\,(v_i^+ e^{jz\beta+} - v_r^+ e^{-jz\beta+}) - (1/Z_c^-)\,(v_i^- e^{jz\beta-} - v_r^- e^{-jz\beta-})$ **(41bis)**

Notons que pour le mode pair chacune des lignes est au même potentiel alors qu'elles sont à des potentiels de signes opposés pour le mode impair. A chaque mode il correspond donc une configuration particulière des lignes de champ illustrée ci-dessous pour des lignes microruban.



Mode pair (+ ou commun ou « even ») : les deux lignes sont équipotentielles

E
H

Mode impair (- ou differentiel ou « odd ») : les deux lignes sont à des potentiels opposés

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS & Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

VII-4 Modes de propagation sur lignes couplées

Le signal réel se propageant résulte de la propagation simultanée et de la superposition des deux modes dont la configuration des champs diffère. Notons que puisque $\beta^{\pm} = 2\pi/\lambda^{\pm} = 2\pi f/v^{\pm}$, alors chaque mode se propage à priori avec sa propre vitesse qui, tirée de β, s'écrit :

$$v^{+} = v'[(1+k_m)(1-k_e)]^{-1/2} \quad \text{et} \quad v^{-} = v'[(1-k_m)(1+k_e)]^{-1/2} \text{ avec } v' = [L'C'']^{-1/2}$$

En réalité, les lignes étant supposées identiques et le couplage naturel (*c'est-à-dire qu'aucun autre élément n'est rajouté artificiellement afin de modifier L_m ou C_m*), les vitesses v^{+}et v^{-} n'ont aucune raison d'être différentes et doivent rester égales entre elles et à $v \sim c/(\varepsilon_{eff})^{1/2}$ (d'après les équations de Maxwell) ce qui implique

$$k_m = k_e = k \quad \text{et} \quad v^{+} = v^{-} = v'(1-k^2)^{-1/2} \qquad \textbf{(42)}$$

De plus des vitesses identiques impliquent des longueurs d'ondes identiques donc $\beta^{+} = \beta^{-} = \beta$.

Dans ces équations, l'examen des équations (42) permet de mettre en évidence deux propriétés importantes :

- les constantes de déphasage linéique β^{+} et β^{-} sont égales entre elles : $\beta = \beta^{+} = \beta^{-} = \beta'(1-k^2)^{1/2}$ **(43)**
- les impédances caractéristiques, différentes pour chacun des modes, deviennent :

$$Z_c^{+} = Z'_c\,[(1+k)/(1-k)]^{1/2} \quad \textbf{(44)} \quad \text{et} \quad Z_c^{-} = Z'_c\,[(1-k)/(1+k)]^{1/2} \quad \textbf{(44bis)}$$

$$\text{et} \quad Z_c^{+}.Z_c^{-} = Z'^{\,2}_c \quad \textbf{(45)} \qquad \text{et} \qquad Z_c^{+}/Z_c^{-} = (1+k)/(1-k) \quad \textbf{(46)}$$

Remarque 1 : Pour de faibles couplages ($k << 1$) alors

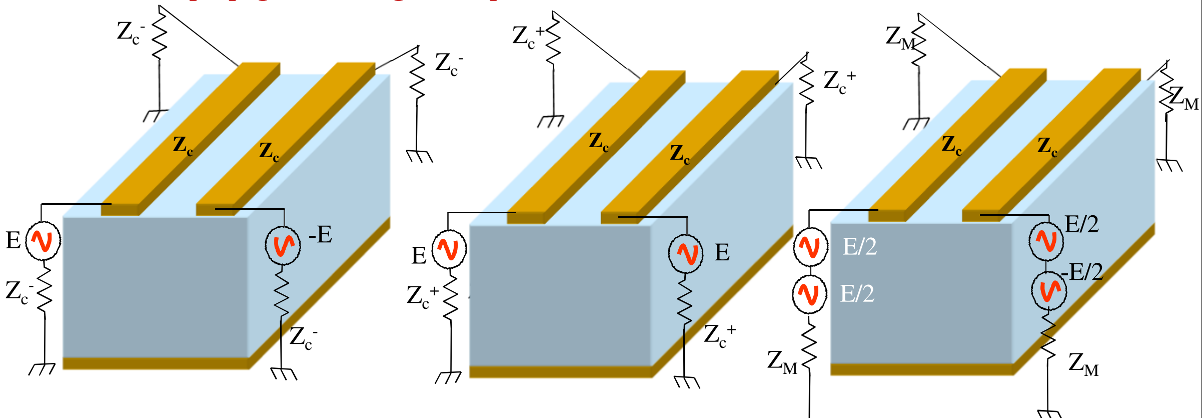
$$Z_c^{+} \sim Z_c(1+k) \quad \text{et} \quad Z_c^{-} \sim Z_c(1-k) \qquad \textbf{(47)}$$

Remarque 2 : en se rappelant, avec $L' \sim L$, que d'une part la vitesse sur une ligne isolée est $v = (LC)^{-1/2}$ et doit être aussi égale à $v^{+} = v^{-} = (L'C'')^{-1/2}(1-k^2)^{-1/2}$ on obtient : $C'' = C/(1-k^2)$.

En remplaçant C'' par C'+C_m et se rappelant que $C_m = kC''$, il vient $C/(1-k^2) = C' + C_m = C' + k\,C'' = C' + kC/(1-k^2) \Rightarrow C' = C/(1+k)$

Remarque 3: il est possible, en faisant varier la configuration de l'excitation des lignes, de privilégier l'existence d'un mode par rapport à l'autre comme illustré page suivante pour des lignes microruban.

VII-4 Modes de propagation sur lignes couplées (suite) : mode en fonction de l'excitation



On alimente les deux lignes couplées avec des générateurs d'égales amplitudes mais en opposition de phase (alimentation en mode **impair/différentiel**) : les lignes sont adaptées (pas de réflexion sur la charge) si elles sont chargées par Z_c^- .

On alimente les deux lignes couplées avec des générateurs d'égales amplitudes mais en phase (alimentation en **mode pair/commun**) : les lignes sont adaptées (pas de réflexion sur la charge) si elles sont chargées par Z_c^+ .

Seule la ligne de gauche est alimentée : cela est équivalent à superposer un mode pair d'amplitude E/2 avec un mode impair de même amplitude (noter que la somme des tensions d'alimentation sur la ligne de droite est bien nulle) : quelles sont alors les impédances Z_M à présenter pour l'adaptation et qui évitent toute réflexion sur les charges ?

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

VII-5 Lignes couplées : impédance adaptée

Chaque mode se caractérise par son impédance caractéristique (ici Z_c^+ et Z_c^- données précédemment). Cela signifie qu'en chargeant les lignes avec Z_c^+, le mode + sera absorbé par la charge et le mode – se réfléchira en partie, s'il existe. En chargeant les lignes avec Z_c^-, le mode - sera absorbé par la charge et le mode + se réfléchira en partie, s'il existe. On ne peut donc à priori éviter la présence d'une onde réfléchie lorsque les deux modes se propagent simultanément.

On peut toutefois se poser la question de savoir s'il n'existerait pas une impédance de fermeture Z_M qui provoquerait des réflexions des deux modes de même amplitude et en opposition de phase ce qui en entrainerait de fait leur annulation. Si cette condition existe (rappel : lorque une ligne est exempte d'ondes réfléchies, son impédance en tous points est l'impédance de charge), l'absence de signal réfléchi implique :

$$v_A(z) / i_A(z) = - v_B(z) / i_B(z) = Z_M , \quad \forall z \qquad \textbf{(48)}$$ (le signe - de la ligne B sera justifié plus tard)

La résolution (voir ci-dessous) de ces équations (48) donne $Z_M^2 = Z_c^+ . Z_c^-$. Il existe donc bien une impédance adaptée Z_M qui est la même que Z'_c définie précédemment : pour éviter des réflexions en régime sinusoïdal sur un système de deux lignes couplées identiques, il faut fermer leurs quatre accès sur $Z_M \sim Z_c(1-k^2)^{0.5}$ si k << 1.

Démonstration Ecrivons le premier et dernier membre de l'équation (48) en remplaçant $v_A(z)$ et $i_A(z)$ par leurs valeurs (40) et (41) avec $\beta = \beta^+ = \beta^-$ d'après (42) :

$$v_A(z) = v_i^+ e^{jz\beta} + v_r^+ e^{-jz\beta} + v_i^- e^{jz\beta} + v_r^- e^{-jz\beta} = Z_M [(1/Z_c^+) (v_i^+ e^{jz\beta} - v_r^+ e^{-jz\beta}) + (1/Z_c^-) (v_i^- e^{jz\beta} - v_r^- e^{-jz\beta})]$$

Cette équation ne peut être satisfaite $\forall z$ que si les coefficients des diverses exponentielles $e^{jz\beta}$ et $e^{-jz\beta}$ sont identiques :

il faut donc: $v_i^+ + v_i^- = v_i^+ (Z_M/Z_c^+) + v_i^- (Z_M/Z_c^-)$ et $v_r^+ + v_r^- = -v_r^+ (Z_M/Z_c^+) - v_r^- (Z_M/Z_c^-)$ **(49)**

De même écrivons le second et dernier membre de l'équation en remplaçant $v_B(z)$ et $_{iB}(z)$ par leurs valeurs (42) et (43) toujours avec $\beta = \beta^+ = \beta^-$:

$$v_B(z) = v_i^+ e^{jz\beta} + v_r^+ e^{-jz\beta} - v_i^- e^{jz\beta} - v_r^- e^{-jz\beta} = -Z_M [(1/Z_c^+) (v_i^+ e^{jz\beta} - v_r^+ e^{-jz\beta}) - (1/Z_c^-) (v_i^- e^{jz\beta} - v_r^- e^{-jz\beta})]$$

Il faut donc maintenant : $v_i^+ - v_i^- = -v_i^+ (Z_M/Z_c^+) + v_i^- (Z_M/Z_c^-)$ et $v_r^+ - v_r^- = v_r^+ (Z_M/Z_c^+) - v_r^- (Z_M/Z_c^-)$ **(50)**

En effectuant la somme deux à deux de (49) et (50), il vient $v_i^+ = v_i^- (Z_M/Z_c^-)$ et $v_r^+ = - v_r^- (Z_M/Z_c^-)$.

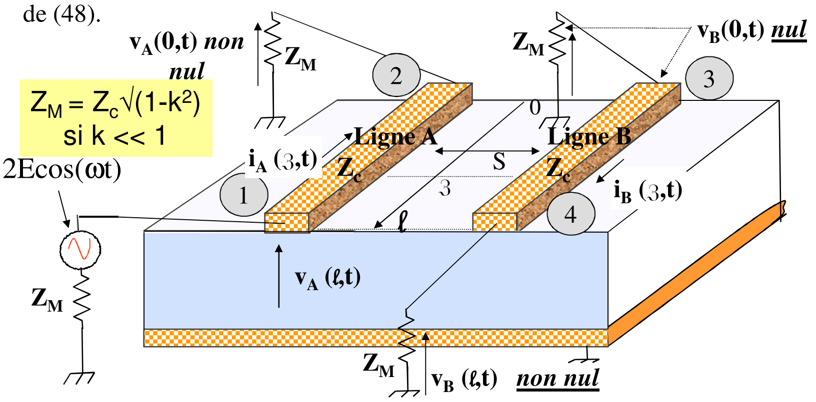
Remplaçant v_i^+ par sa valeur en fonction de v_i^- dans (49), v_i^- s'élimine et il vient finalement :

$$(Z_M/Z_c^-) + 1 = (Z_M/Z_c^-) (Z_M/Z_c^+) + (Z_M/Z_c^-) \Rightarrow Z_c^+ . Z_c^- = Z_M^2 \qquad \textbf{(51)}$$

VII-5 Lignes couplées (suite) : effet directionnel, coupleur

Comme indiqué dans la figure ci-dessous, les quatre accès des deux lignes identiques qui sont à proximité ($S < \ell$) l'une de l'autre sur une distance ℓ, sont fermés sur Z_M et <u>seule la ligne A est alimentée</u> en $z = \ell$. On pourrait donc s'attendre à ce qu'il n'y ait aucun signal dans la ligne B. En réalité ce n'est pas le cas en raison du couplage. Ainsi en déterminant v_i^+ et v_r^+ au moyen des conditions aux limites $v_A(\ell) = E\cos(\omega t)$, $v_A(0) = Z_M i_A(0)$ et $v_B(0) = Z_M i_B(0)$, on obtient : $\mathbf{v_B(z) = [j\, kE \sin(\beta z)] / [(1\text{-}k^2)^{0.5} \cos(\beta \ell) + j \sin(\beta \ell)]}$ **(52)**

D'après cette relation, il doit être remarqué que, sur la ligne B, aucun signal n'apparaît à l'accès 3 (z = 0). <u>Par contre un signal apparaît sur la ligne B</u> dés que $z > 0$ et l'amplitude du signal recueilli en z est d'autant plus élevée que βz est proche de $(2n+1)\pi/2$ soit $z = (2n+1)\lambda/4$ (n entier): ceci est la conséquence du couplage entre lignes et *ce couplage est directionnel, et de plus contradirectionnel ou paradiaphonique,* puisque l'amplitude du signal ligne B augmente dans la direction opposée (de 3 vers 4) à celle de la propagation sur la ligne A (de 1 vers 2). Le courant dans B se propage dans la direction opposée à celle de A (justification du signe - de (48).



On utilise cette propriété pour réaliser un coupleur. Un coupleur est un systéme de deux lignes couplées <u>sur la distance</u> <u>$\ell = \lambda/4$</u>. Dans ces conditions :

$v_B(0,t) = 0$ et $v_B(\ell,t) = kE$ est maximum

Si l'on avait connecté le générateur à l'accés 2, l'accés 1 étant chargé sur Z_M, on aurait eu :

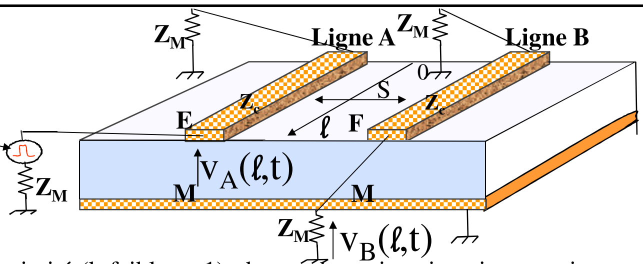
$v_B(0,t) = kE$ (accès 3) et $v_B(\ell,t)=0$ (en 4)

Le coupleur est donc utilisé pour dériver une fraction de la puissance transitant sur la ligne A, soit <u>vers l'accés 4 si le signal ligne A transite de 1 vers 2</u>, soit vers l'accès 3 dans le cas contraire : le coupleur est dit directionnel.

Université de Toulouse

VII-6 Lignes couplées en régime impulsionnel

Impulsion d'amplitude $2E = E_{pair}+E_{impair}$ et de durée $\delta << \tau = \ell/v$ où τ est le temps que met l'impulsion pour parcourir la ligne de longueur ℓ



Deux lignes A et B étant placées à proximité (k faible <<1), des modes pair et impair apparaissent sur chacune dés que A est excitée. Etudions d'abord les conséquences de l'existence de ces modes sur la propagation de l'impulsion dans A.

LIGNE A : bien que A soit chargée par Z_M (son impédance caractéristique en présence de B) ce qui aurait du normalement éviter toute onde réfléchie comme en régime sinusoïdal, ceci n'est plus obligatoirement le cas en régime impulsionnel.

En effet le générateur d'amplitude 2E peut être considéré comme excitant simultanément un mode pair E et un mode impair E (la somme est bien 2E). De plus ce générateur « voit », entre les points EM, une impédance d'entrée de la ligne A égale à l'impédance caractéristique de la ligne (voir VI-1) c'est à dire Z_c^+ pour le mode pair et Z_c^- pour le mode impair. Il développe donc à l'entrée de cette ligne une tension différente pour chacun des modes à savoir : $V_{EM}^+ = EZ_c^+/(Z_{c+}+Z_M) = (E/2)(1-\Gamma^+)$ et $V_{EM}^- = EZ_c^-/(Z_c^-+Z_M) = (E/2)(1-\Gamma^-)$ avec :
$\Gamma^+ = (Z_M-Z_c^+)/(Z_M+Z_c^+) \sim -k/2+k^2/4$ et $\Gamma^- = k/2+k^2/4$ pour le mode impair (k<<1)*. Par suite seule la fraction $(1-\Gamma^+)(E/2)$ du mode pair et la fraction $(1-\Gamma^-)(E/2)$ du mode impair rentrent effectivement dans la ligne en EM. De ce fait l'observateur placé en EM observe, en t=0, la composition de ces deux signaux dont la somme est $E(1-k^2/4)$, c'est-à-dire une impulsion réduite de $k^2/4$ par rapport à ce qu'il aurait observé en l'absence de ligne B (voir schéma page suivante).

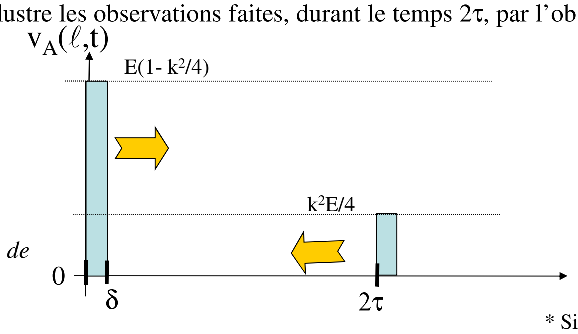
*d'après (47), $Z_c^+ \sim Z_c(1+k)$, $Z_c^- \sim Z_c(1-k)$ et $Z_M = Z'_c = Z_c$ si k << 1 donc $\Gamma^+ = (Z_M-Z_c^+)/(Z_M+Z_c^+) = -k/(2+k) \sim -k/2+k^2/4$ et $\Gamma^- = (Z_M-Z_c^-)/(Z_M+Z_c^-)=k/(2-k)\sim k/2+k^2/4$ donc $V_{EM}^++V_{EM}^- = (E/2)(2-\Gamma^+-\Gamma^-)=(E/2)(2-k^2/2)$

VII-6 Lignes couplées en régime impulsionnel (suite1)

Ces deux fractions des modes pair et impair parcourent la distance ℓ et sont réfléchies par la charge différemment selon le mode. Ainsi l'amplitude de l'impulsion du mode pair réfléchi est :
$(\Gamma^+)(1-\Gamma^+)(E/2) \sim -kE/4$ (donc $(1-\Gamma^+)(1-\Gamma^+)(E/2) \sim (1+k)E/2$ absorbée par la charge*) tandis que celle du mode impair est $(\Gamma^-)(1-\Gamma^-)(E/2) \sim +kE/4$ (donc $(1-\Gamma^-)(1-\Gamma^-)(E/2) \sim (1-k)E/2$ absorbée*).

Au total, à l'instant τ, une impulsion d'amplitude proche de E est absorbée par la charge et deux impulsions de même amplitude kE/4, et signe opposé, parcourent à nouveau la distance ℓ de la droite vers la gauche : elles se compensent et l'observateur ne voit rien passer venant de la droite. Toutefois, elles sont instantanément réfléchies par l'impédance du générateur avec des signes opposés et repartent vers la droite en se rajoutant. L'observateur voit alors $\Gamma^+(-kE/4) + \Gamma^-(kE/4)= Ek^2/4$ et le phénomène se poursuit avec une diminution de l'amplitude au cours du temps.

La figure ci-dessous illustre les observations faites, durant le temps 2τ, par l'observateur placé à l'entrée EM de la ligne A.



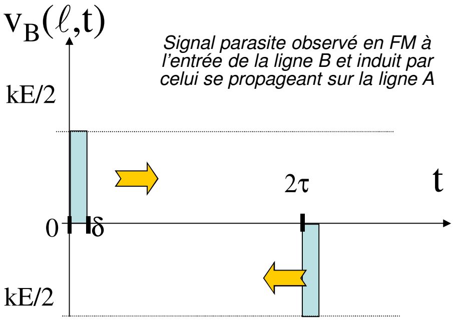
Signal observé à l'entrée de la ligne A

* Si Γ est réfléchie, 1-Γ est absorbée

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

(suite2) LIGNE B : des impulsions parasites sont aussi induites par couplage sur la ligne B <u>même non alimentée</u>. En effet tout se passe comme si la ligne B était alimentée à son entrée FM par un <u>générateur fictif</u> délivrant simultanément un mode pair E/2 et un mode impair –E/2 (la somme est bien nulle). Une fraction $(1-\Gamma^+)(E/2)$ du mode pair pénètre dans la ligne ainsi qu'une fraction $(1-\Gamma^-)(-E/2)$ du mode impair si bien que l'observateur placé en FM observe en t=0 une impulsion dont l'amplitude est la somme de ces deux composantes : $(\Gamma^- + \Gamma^+)E/2 = kE/2$. Ces deux composantes repartent de la charge (Z_M à l'opposé de l'entrée FM), où elles sont réfléchies différemment, selon deux nouvelles amplitudes $(\Gamma^+)(1-\Gamma^+)(E/2) \sim -kE/4$ pour le mode pair et $(\Gamma^-)(1-\Gamma^-)(-E/2) \sim -kE/4$ pour le mode impair. Au temps 2τ, elles sont à leur tour réfléchies par l'impédance interne du générateur pour donner deux autres composantes $(\Gamma^+)(\Gamma^+)(1-\Gamma^+)(E/2)$ et $(\Gamma^-)(\Gamma^-)(1-\Gamma^-)(-E/2)$. L'observateur voit donc la composition de ces quatre composantes mais, k étant petit, seules les deux premières se déplaçant de la droite vers la gauche sont non négligeables d'où la valeur de l'impulsion observée en 2τ qui en est la somme : $(\Gamma^+)(1-\Gamma^+)(E/2) + (\Gamma^-)(1-\Gamma^-)(-E/2) \sim -kE/2$*. Au delà de 2τ, quasi disparition des impulsions. Il en résulte donc que chaque impulsion à l'entrée de la ligne A génère sur la ligne B deux impulsions parasites d'égales amplitudes et de signe et de sens opposés durant le temps 2τ (voir figure ci-dessous).



Notons que cette ligne B sert elle-même, en général, à transmettre d'autres impulsions utiles qui sont susceptibles d'être perturbées par ces parasites et ceci d'autant plus que k est élevé ce qui se produit si les lignes sont trop rapprochées d'une distance $S \ll \lambda$. Notons aussi que les impulsions utiles circulant éventuellement sur B peuvent à leur tour induire d'autres impulsions parasites sur A, etc…. Ceci nécessite d'énormes précautions pour la réalisation des circuits digitaux à forte densité d'intégration opérant à des fréquences d'horloge élevées. Il faudrait éloigner les lignes les unes des autres mais ceci est incompatible avec la forte intégration….

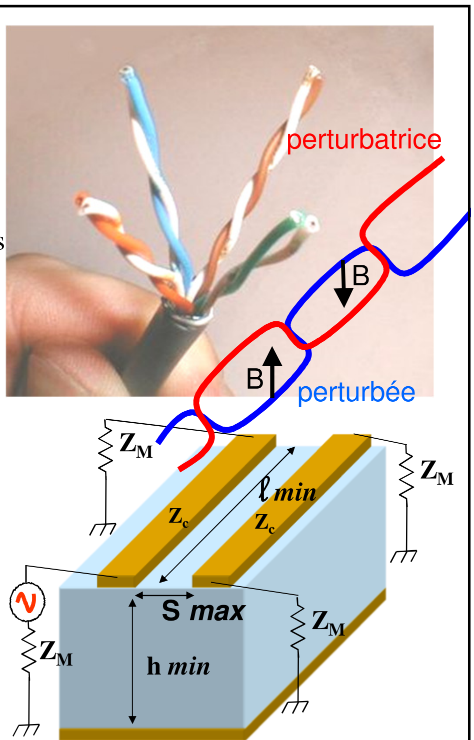
* Au temps τ, il arrive donc sur la charge ~ kE/2 et il en repart ~ -kE/2: cela signifie qu'aucune puissance ne va dans la charge de la ligne B placée à l'opposé du générateur de la ligne A: tout est réfléchi conformément aux propriétés directionnelles de la structure (voir § VII-2)

Pr. J.G. Tartarin , 2019

77

VII-7 Maîtrise du couplage

Un moyen efficace pour diminuer le couplage est l'utilisation de paires torsadées : sur chaque torsade le champ magnétique induit par la ligne perturbatrice est de signe opposé et des interférences destructrices se produisent entre les signaux induits sur les torsades successives de la ligne perturbée. Cette technique est utilisée notamment en téléphonie.



Hélas elle n'est pas applicable aux rubans métalliques des circuits imprimés ou intégrés. Dans ce cas la réduction du couplage se réalise :
- en éloignant les pistes (au détriment de l'encombrement…) d'au moins une distance égale au tiers de la distance h au plan au masse
- en les rapprochant au maximum du plan de masse (h minimum)
- en réduisant la distance ℓ sur laquelle elles sont en vis-à-vis
- en les fermant sur des impédances optimales Z_M

Bien évidemment, il suffit d'inverser ces propositions lorsqu'on veut réaliser un coupleur.

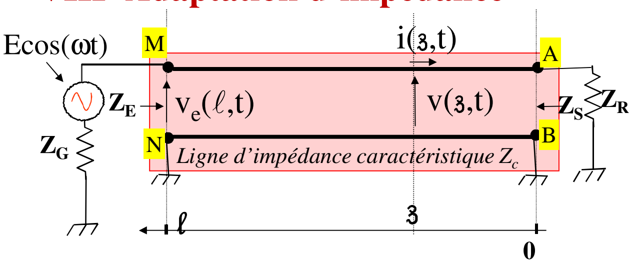
Pr. J.G. Tartarin , 2019

78

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

VIII- Adaptation d'impédance

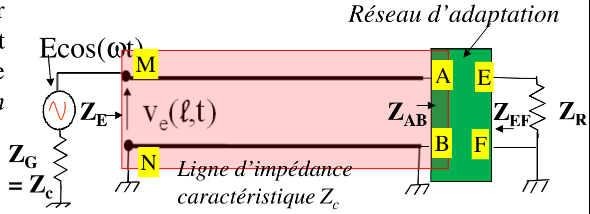


Le problème est celui de transférer un maximum de puissance du générateur vers la charge. Il faut pour cela satisfaire à trois conditions :
- 1: faire pénétrer le maximum de puissance dans la ligne en MN : ceci est réalisé si $Z_G = Z_{MN}^* = Z_E^*$ ce qui est un résultat classique de l'analyse des circuits,
-2: atténuer le moins possible le signal dans la ligne : ceci exige une ligne à faibles pertes,
-3: recueillir dans Z_R l'intégralité de la puissance P du signal qui sort de la ligne en AB.

La condition 3 relève de la relation (33) : $P = V_i^2/(2Z_c)\ [\ 1 - |\Gamma_R|^2\ ]$ où V_i est maximale si la condition 1 est vérifiée. Pour satisfaire à la condition 3, il suffit de réaliser $\Gamma_R = 0$ ce qui impose $Z_R = Z_c$. Dans ces conditions, l'impédance en n'importe quel point de la ligne est Z_c, et en particulier $Z_E = Z_c$. La condition 1 est donc elle aussi réalisée dans ce cas si $Z_G = Z_c$ ce qui est la situation idéale car toutes les conditions sont alors satisfaites.

Or, en pratique, $Z_G = Z_c$ est en général vérifié mais, par contre, la charge est souvent différente de Z_c : comment alors procéder ? Il suffit d'introduire entre l'extrémité de la ligne AB et la charge EF un *quadripôle d'adaptation d'impédance* (AB-EF) qui doit avoir trois propriétés :

1- être sans perte
2- présenter une impédance d'entrée $Z_{AB} = Z_c$
3- présenter une impédance de sortie $Z_{EF} = Z_R^*$

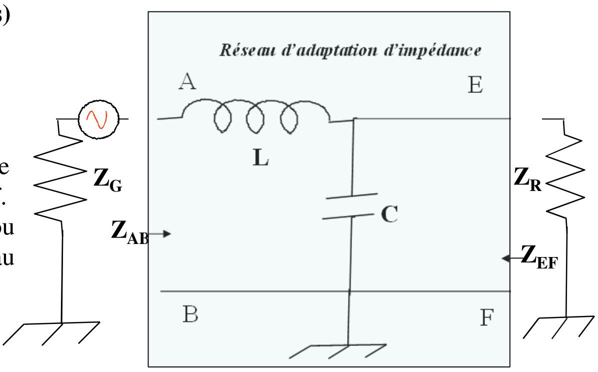


Dans ces conditions, toute la puissance délivrée par le générateur pénètre dans le réseau puisque la ligne est chargée sur Z_c, entre A et B, et le réseau d'adaptation (dont la sortie EF se comporte comme un générateur d'impédance interne Z_{EF}) restitue toute cette puissance (il est sans perte) à la charge (car $Z_{EF} = Z_R^*$) : comment réaliser ce réseau ?

Adaptation d'impédance (suite) : réalisation du réseau d'adaptation

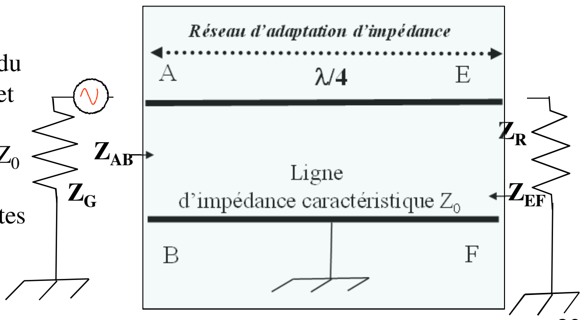
Réalisation au moyen de capacité(s) et d'inductance(s)

On connecte un générateur Z_G à une charge Z_R via un réseau d'adaptation. On peut montrer que $Z_{AB} = Z_c$ et $Z_{EF} = Z_R^*$ (c'est-à-dire que le réseau d'adaptation a bien les propriétés attendues) si $Z_G = R_G$ et $Z_R = R_R$ sont réels avec $R_R > R_G$ et $Q = L\omega/R_G = R_R C\omega = (R_R/R_G - 1)^{1/2}$. Cette adaptation n'est valable qu'à la fréquence f avec $\omega = 2\pi f$.
Lorsque $R_R > R_G$ n'est pas vérifiée, ou lorsque Z_G et/ou Z_R ne sont pas réels, il existe des variantes du réseau précédent autorisant quand même l'adaptation.
Exemple : $Z_R = 500\ \Omega$, $Z_G = 50\ \Omega$ et f = 1 GHz.
Il vient Q = 3 donc L = 3(50)/(6.28 10^9) = 24 nH et
C = 3/[(500)(6.28 10^9)] = 0.96 pF



Réalisation au moyen de tronçons de lignes

Si $Z_G = R_G$ et $Z_R = R_R$ sont réels, alors l'expression (36) s'écrit: $Z_{AB}R_R = Z_0^2$ où Z_0 est l'impédance caractéristique du tronçon de ligne AB/EF de longueur λ/4 disposé entre Z_R et Z_G. La valeur de Z_0 se calcule par l'équation précédente.
Exemple : si $Z_G = 50\ \Omega$ et $Z_R = 200\ \Omega$, il suffit de prendre Z_0 =100 Ω pour assurer l'adaptation d'impédance.
Lorsque Z_G et/ou Z_R ne sont pas réels, il existe des variantes du réseau précédent autorisant quand même l'adaptation.
On peut notamment utiliser, en sus, des tronçons de ligne en dérivation que l'on appelle les stubs.



Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr

Université de Toulouse

Adaptation d'impédance (suite) : réalisation du réseau d'adaptation

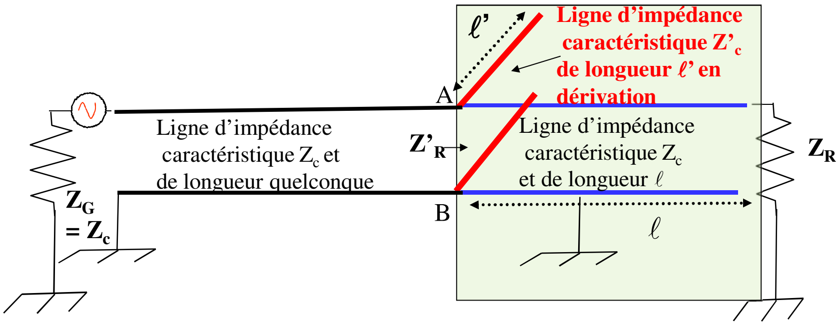
(on suppose Z_G réelle)

Réalisation au moyen de tronçons de lignes si Z_R complexe (solution 2 dite adaptation à stub)

1- La longueur ℓ est choisie pour rendre, en AB, la partie réelle de $1/Z'_R$ égale à $1/Z_G$ avec $Z_G = Z_C$ donc $\mathcal{Re}(1/z'_R) = 1$

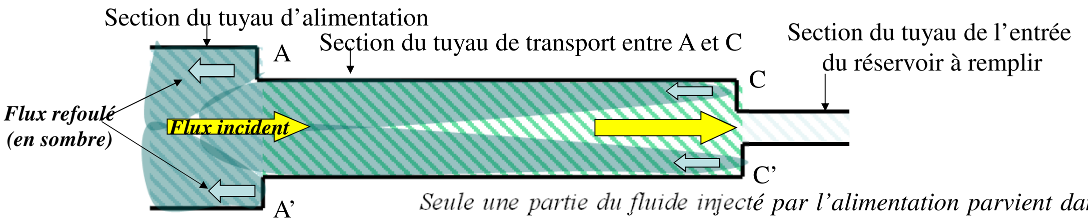
2- l'admittance de la charge, ramenée en AB, est donc $1/z'_R$ avec $1/z'_R = 1 + jp$ où p est la partie imaginaire de $1/z'_R$.

3- On compense ensuite cette partie imaginaire p au moyen d'une ligne **dénommée STUB** (ouverte ou court-circuitée à son extrémité) et disposée en dérivation. Son impédance caractéristique Z'_C et sa longueur ℓ' doivent être convenablement choisies (voir TD) pour ramener une admittance $y_{stubAB} = -jp$.

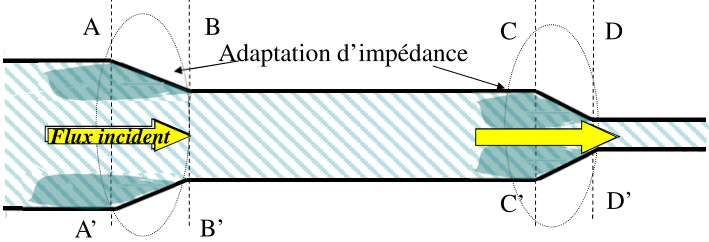


Equivalent « hydraulique » de l'adaptation d'impédance

On veut remplir un réservoir d'un fluide délivré par une alimentation se trouvant à une distance AC du réservoir : un tuyau de transport est connecté entre les deux et sa section est différente de celle de l'entrée du réservoir et de celle de l'alimentation….



Seule une partie du fluide injecté par l'alimentation parvient dans le réservoir par unité de temps car une partie (ombrée) est refoulée en AA' et une autre en CC'.



Le rétrécissement progressif du tuyau entre AA' et BB' limite le refoulement d'entrée et constitue l'adaptation d'impédance d'entrée tandis que celui entre CC' et DD' limite le refoulement à l'entrée du réservoir et constitue l'adaptation de sortie. Remarquons aussi l'équivalence entre impédance caractéristique et section du tuyau…..

Pr. JG Tartarin, LAAS-CNRS &
Université Paul Sabatier
tartarin@laas.fr