

INTERPOLATION : MÉTHODE DE LAGRANGE

1. La méthode

Une fonction $F(x)$ est connue par les valeurs qu'elle prend en $n+1$ points $\{x,y\}$, on cherche à déterminer pour un α donné appartenant à $[x_{\min}, x_{\max}]$ la valeur $y = F(\alpha)$ sans connaître l'expression de $F(x)$. Cette fonction $F(x)$ peut être représentée par un polynôme $P_n(x)$ de degré n passant par ces $n+1$ points $\{x,y\}$. Une méthode pour déterminer $P_n(x)$ est la méthode de Lagrange :

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n L_k(x)y_k \text{ où } L_k(x) = \frac{\Phi(x)}{(x-x_k)\Phi'(x_k)} = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n \frac{(x-x_j)}{(x_k-x_j)}$$

Les $L_i(x)$, appelés coefficients de Lagrange, sont des polynômes de degré n . Le calcul de $P_n(\alpha)$ se est mené de la manière suivante :

- 1/ Calcul des coefficients de Lagrange $L_i(\alpha)$.
- 2/ Calcul de la somme des produits $L_i(\alpha)*y_i$.

2. Travail à effectuer

Vous écrirez une fonction qui, à partir des pivots P_x et P_y , calculera la valeur du polynôme d'interpolation en un point α en utilisant la méthode de Lagrange. Cette fonction aura le prototype suivant :

```
float lag(vect Px, vect Py, int pn, float palfa );
```

vect est un type de variable que vous créez pouvant contenir 10 **float**.

- ★ Mise au point du programme
 - ◆ Ecrivez la fonction **lag**
 - ◆ Testez-la¹ avec l'exemple vu en Travaux Dirigés, vous devez trouver -11,205.
- ★ Vérification que le polynôme d'interpolation passe par les pivots
 - ◆ Modifiez la fonction **horner** écrite lors du TP précédent pour qu'elle retourne un **float** contenant la valeur calculée du polynôme. Collez-là dans votre programme.
 - ◆ Dans la fonction **main**, générez un vecteur **PivX**, dans une variable de type **vect** contenant cinq valeurs régulièrement espacées entre -2 et 2
 - ◆ Calculez en utilisant la méthode d'Horner les valeurs **PivY** prises par le polynôme P^2 donné ci-après. on donne :

$$P(x) = 5x^3 - 8x^2 + 2x + 3$$

Point 1 :		3.128	3.128
Interpolation du TD :		2.991	2.991
		2.566	2.566
Point 2 :		2.130	2.130
P(x)	Interpolation	1.966	1.966
-73.000	-73.000	2.352	2.352
-54.848	-54.848	3.569	3.569
-39.785	-39.785	5.895	5.895
-27.530	-27.530	9.613	9.613
...		15.000	15.000

¹ Il n'est pas demandé de saisie ici, les variables dimensionnées seront initialisées lors de leur déclaration.

² La saisie des coefficients de P n'est pas demandée, P sera initialisé à la déclaration.